

KLEM-estimationer 1968-2013

Abstract:

This paper (in Danish) estimates the production factors K (machinery), L (labour), E (energy) and M (materials) on Danish aggregate data from 1968-2013, from the ADAM databank.

The trend specification (efficiency indexes) has been changed from polynomial to logistic, easing the interpretations. A ((KE)L)M nesting structure seems reasonable, slightly outperforming an alternative ((KL)E)M nesting structure (except for services).

The paper presents estimates regarding the substitution elasticities, compatible with a nested CES specification. These are presented at aggregate levels, as well as on a more disaggregated level (10 sectors roughly corresponding to the sectors of IntERACT). The elasticities are generally between the Leontief and Cobb-Douglas special cases. The elasticity of substitution between M and the rest of the production factors is rather large: around 0.75 on aggregate sectors.

The work has been carried out by T-T Analyse (Thomas Thomsen).

Disclaimer: The views expressed in this Working Paper Series represent work in progress, and do not necessarily represent those of the Danish Energy Agency or policies of the Danish Ministry of Climate, Energy and Building. The papers do not themselves represent policy advice in any form.

The papers are internal working papers published in good faith to inform a wide audience. While every effort is made to keep available working papers current, the Danish Energy Agency, its employees or agents make no warranty, expressed or implied, as to the accuracy of the information presented herein.

The Working Paper Series include work undertaken by Danish Energy Agency staff as well as work undertaken by external researchers or consultants.

Please do not cite without permission.

Indhold

1. Indledning.....	3
2. Nye data.....	3
3. Erhverv og aggregering.....	5
4. Gamle estimationsligninger på nye tal.....	7
5. Parameterstabilitet.....	9
6. Forsøg med logistiske trender.....	12
7. Test af nestningsstruktur.....	19
8. Logistiske trapper.....	23
9. Sammenligning med andre modeller.....	24
10. Skal M være svagt separabel?.....	26
11. Estimationer af de enkelte erhverv.....	27
11.1 Landbrug (a).....	31
11.2 Næringsmiddelindustri (nf).....	33
11.3 Fremstilling (nz).....	35
11.4 Byggeri (b).....	37
11.5 Privat service (qz).....	39
11.6 Offentlig sektor (o).....	41
12. Konklusion og anbefaling mht. IntERACT.....	43
Appendiks 1. Detaljer om logistisk funktionsform.....	45
Appendiks 2. Parameterstabilitet, substitutionsparametre.....	47

1. Indledning

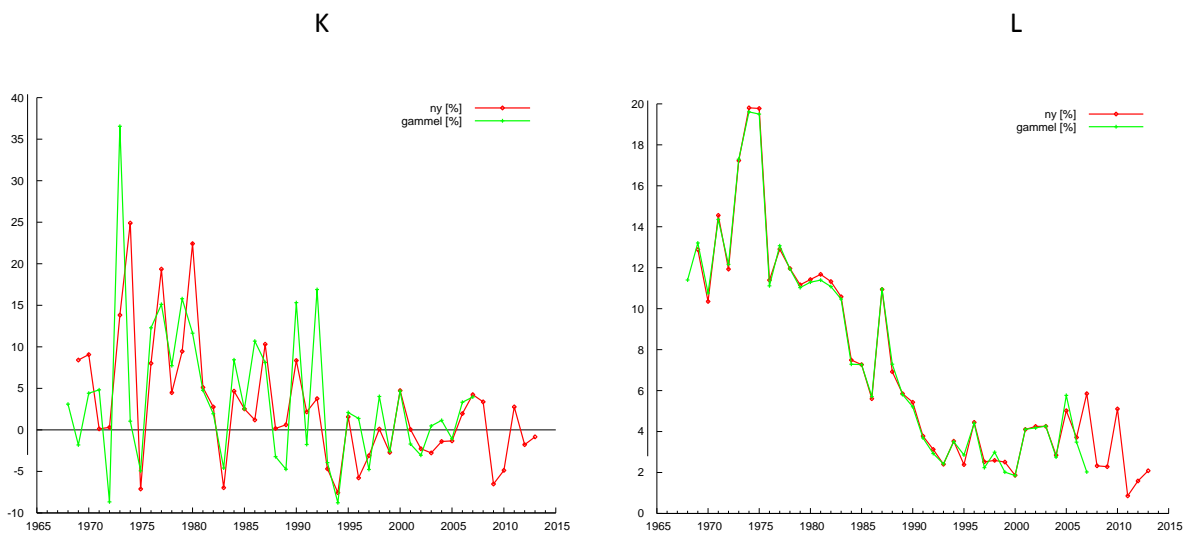
I dette papir foretages estimationer af efterspørgslen efter produktionsfaktorerne (maskin)kapital, arbejdskraft, energi og materialer på danske makroøkonomiske tal for 1968-2013. Papiret er en opfølger til og udbygning af papiret "Analyse af substitutionselasticiteter på danske *KLEM*-tal 1967-2007" (Thomsen, 2008).¹ I dette papir kan man finde mere detaljerede beskrivelser af det teoretiske forlæg. Der er også et ADAM-modelgruppepapir med kommentarer mv. til nærværende papir.²

Datamæssigt er der siden da kommet seks nye observationer til, da data nu løber fra 1968-2013. De nye observationer må siges virkelig at tilføje noget nyt, eftersom de inkluderer finanskrisen (som startede i 2008/9).

2. Nye data

Vi vil først se på data som de så ud i det gamle papir, i forhold til hvordan de ser ud nu. Tallene er her aggregerede³ tal for samlede private erhverv, det såkaldte xx-erhverv.

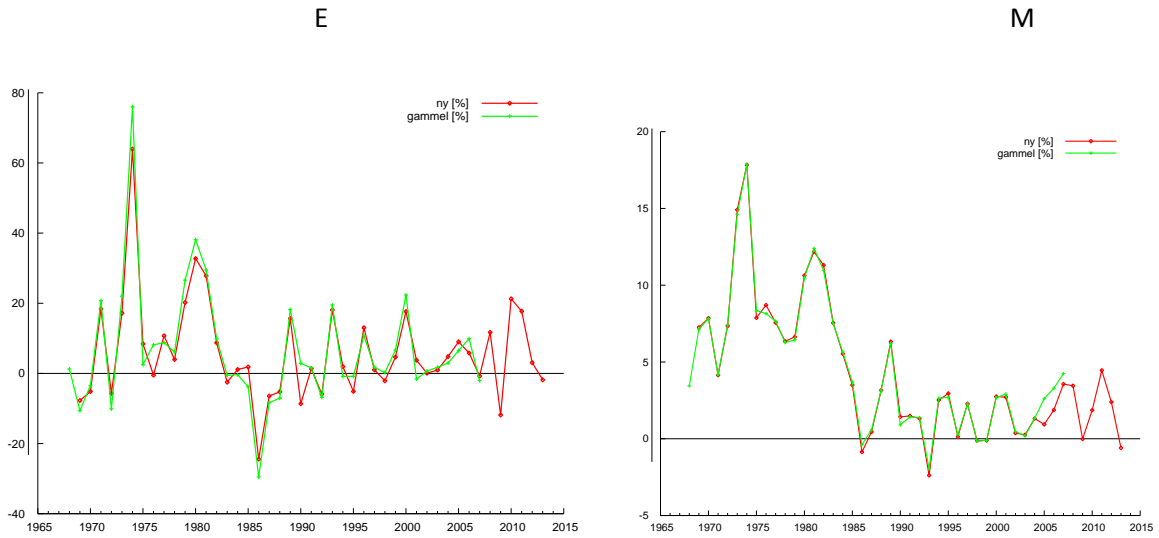
Figur 1. Sammenligning af data, priser, xx-erhverv (vækst pr. år i procent)



¹ Det nævnte papir blev udarbejdet til DREAM og DØRS (Det Økonomiske Råds Sekretariat); førstnævnte bruger resultaterne i DREAM-modellen og sidstnævnte brugte dem i deres MUSE-model. Nærværende papir er udarbejdet til Energistyrelsen, til brug for IntERACT-modellen.

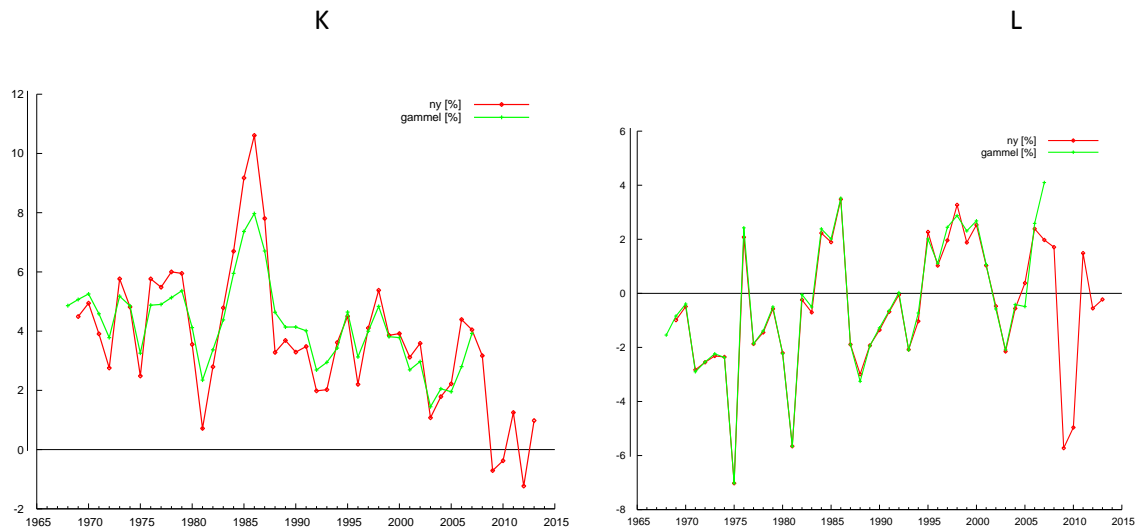
² *KLEM-funktioner 1968-2013 - et nærmere kig på qz- og nz-erhverv*, 26. marts 2015 (Nikolaj Mose Hansen og Dan Knudsen, NMH26315).

³ Aggregeret med Laspeyres-kædeindeks.

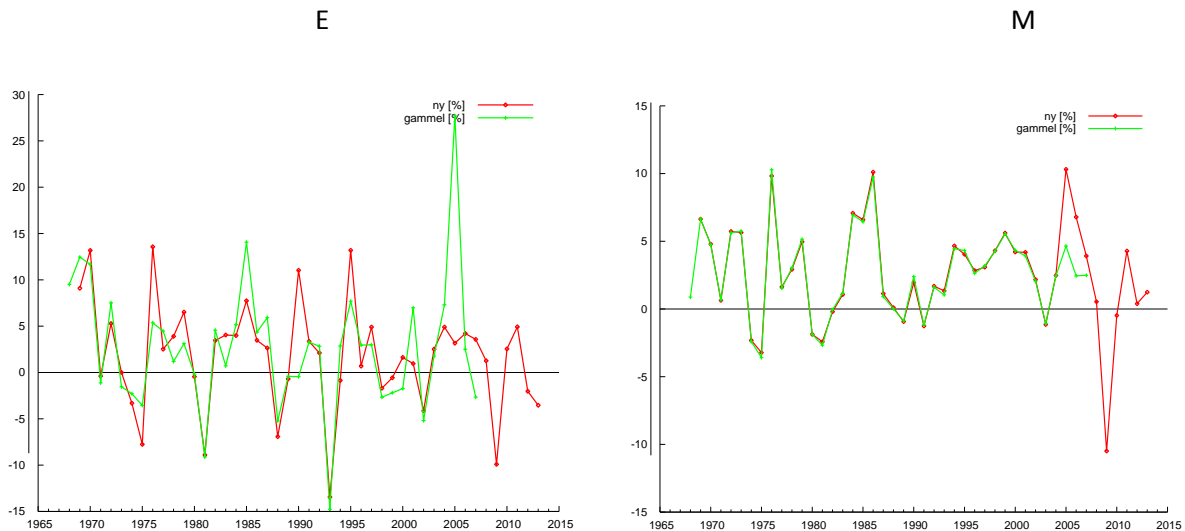


Priserne ligner nogenlunde sig selv, dog med lidt afvigelser for usercost på maskiner.⁴ I det følgende vises de samme grafer, men nu for mængder:

Figur 2. Sammenligning af data, mængder, xx-erhverv (vækst pr. år i procent)



⁴ Der har været specifikationsændringer mht. graden af egen-/fremmedfinansiering i usercost, måske er det dette?



Mht. mængderne svinger maskinkapitalen en anelse mere, mens beskæftigelsen ligner sig selv til forveksling. Mht. energiforbrug er et mærkeligt hop i 2005 heldigvis forsvundet i de nye data, og der er en del yderligere korrektioner. Materialerne ligner sig selv (afvigelseerne i de sidste år hænger sammen med, at disse tal (for den grønne kurve) var foreløbige. Det store dyk under finanskrisen ses tydeligt (2009).

3. Erhverv og aggregering

Siden det gamle papir er der den ændring, at ADAMs sektorer er reduceret fra 19 til 12 erhverv.

Tabel 1. ADAMs 12 erhverv

kode	Beskrivelse	Besk. i 2009 (1000 personer)
a	Landbrug	81
e	Udvinding af kulbrinter mv.	3
ng	Olieraffinaderier	1
ne	El-, gas- og fjernvarmeforsyning	16
nf	Næringsmiddelindustri	62
nz	Fremstilling	293
b	Bygge- og anlægsvirksomhed	174
qs	Søtransport	19
qf	Finansiell virksomhed	85
qz	Private tjenester	1262
h	Boligbenyttelse	16
o	Offentlige tjenester	801

Der estimeres i nærværende papir 7 af de 12 ADAM-erhverv, nemlig erhvervene med erhvervs-koder a, nf, nz, b, qz, qf, o. De tre energierhverv e, ng og ne tages ikke med i estimationerne, ligesom boligbenyttelse (h) og søtransport (qs) også holdes ude. Det er a priori vurderingen, at sådanne erhverv bør modelleres på

anden vis (og h-erhvervet er meget lille mht. faktorinput). Mht. de 7 estimerede erhverv laves følgende aggregater:

- $xx = a, nf, nz, b, qz, qf$
- $nx = nf, nz$
- $qx = qz, qf$

Så nx er samlet fremstilling, qx er samlet service, og xx er samlede private erhverv (dvs. $nx + qx + a + b$). Der bruges følgende variabler fra ADAM:

Tabel 2. Oversigt over variabler fra ADAM.

	Pris	Mængde
Produktionsværdi	$px\{i\}$	$fX\{i\}$
K	$uim\{i\}$	$fKnm\{i\}$
L	$l\{i\}$	$HQ\{i\}$
E	$pve\{i\}$	$fVe\{i\}$
M	$pvm\{i\}$	$fVm\{i\}$

Prisen på produktionsværdi, $px\{i\}$, bruges ikke direkte i estimationerne, eftersom der forudsættes omkostningsminimering for givet sektorpris.

Mht. de anvendte ligninger anvendes en såkaldt generaliseret Leontief (GL) omkostningsfunktion, hvoraf de fire KLEM-faktorefterspørgsler kan udledes. Dette er en såkaldt fleksibel funktionsform, og der kan efterfølgende pålægges separabilitet, så den efterligner en nestet CES-funktion. Erfaringen med den nastede CES-funktion er, at fordi den er meget ikke-lineær i parametrene, bruges der ofte uforholdsmæssigt megen tid på konvergensproblemer o.lign., hvorimod GL-funktionen er meget mere lineær i parametrene og velegnet i situationer uden alt for voldsom substitution.

Med hensyn til kortsigtdynamikken estimeres i dette papir kun statisk, eller med såkaldt tredjegerationsdynamik. Tredjegerationsdynamik vil sige, at man også på kort sigt befinder sig på isokvanten. Et eksempel kunne være, at produktionen stiger, og hvis nogle af produktionsfaktorerne er træge (f.eks. K og L, sidstnævnte pga. såkaldt labour-hoarding), må de andre overshoot på kort sigt for at kompensere for dette. Ved at bruge tredjegerationsdynamik holdes antallet af tilpasningsparametre nede, så på en måde kan man opfatte det som en mellemting mellem en statisk estimation og en fuldt fleksibel fejlkorrektionsmodel (en såkaldt andengenerationsmodel).

Der bruges som vanligt effektivitetsindeks som trendspecification, og der er antaget konstant skalaafkast.⁵

Nestningsstrukturer, tilpasning og effektivitetsindeks er nærmere beskrevet i Thomsen (2008).

⁵ Effektivitetsindeksene kan opfattes som faktorudvidende effektiviteter, dvs. at produktionsfaktoren ganges med et indeks (og den tilhørende faktorpris divideres med samme indeks).

4. Gamle estimationsligninger på nye tal

For at give en hurtig forsmag på resultaterne var der i Thomsen (2008) følgende resultat for xx-erhvervet mht. partielle priselasticiteter i en ((KE)L)M-nestning⁶:

Gammel estimation, 1969-2007

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.23	-0.09	-0.04	0.36	σ_{KE}	= 0.10
<i>L</i>	-0.02	-0.33	-0.01	0.36	σ_{KEL}	= 0.25
<i>E</i>	-0.13	-0.09	-0.14	0.36	σ_{KELM}	= 0.67
<i>M</i>	0.06	0.23	0.02	-0.31		

Disse elasticiteter kan oversættes til de CES-sigmaer, som står til højre. Så der var relativt svag substitution mellem *K* og *E*, lidt større mellem *KE* og *L*, og endnu større mellem *KEL* og *M*. Nestningsstrukturen ses ved, at prisen på materialer (*PM*) påvirker *K*, *L* og *E* på samme måde. Ligeledes påvirker prisen på arbejdskraft (*PL*, dvs. lønnen) *K* og *E* på samme måde. Der ses at være komplementaritet for *E* mht. *PK* (og *K* mht. *PE*), svarende til at energiforbruget falder, hvis usercost stiger (hvilket skyldes at *K* og *E* er bundet sammen i et relativt fast forhold).

Hvis man reestimerer ligningerne på nye data for xx-erhvervet og ((KE)L)M-nestning, fås:

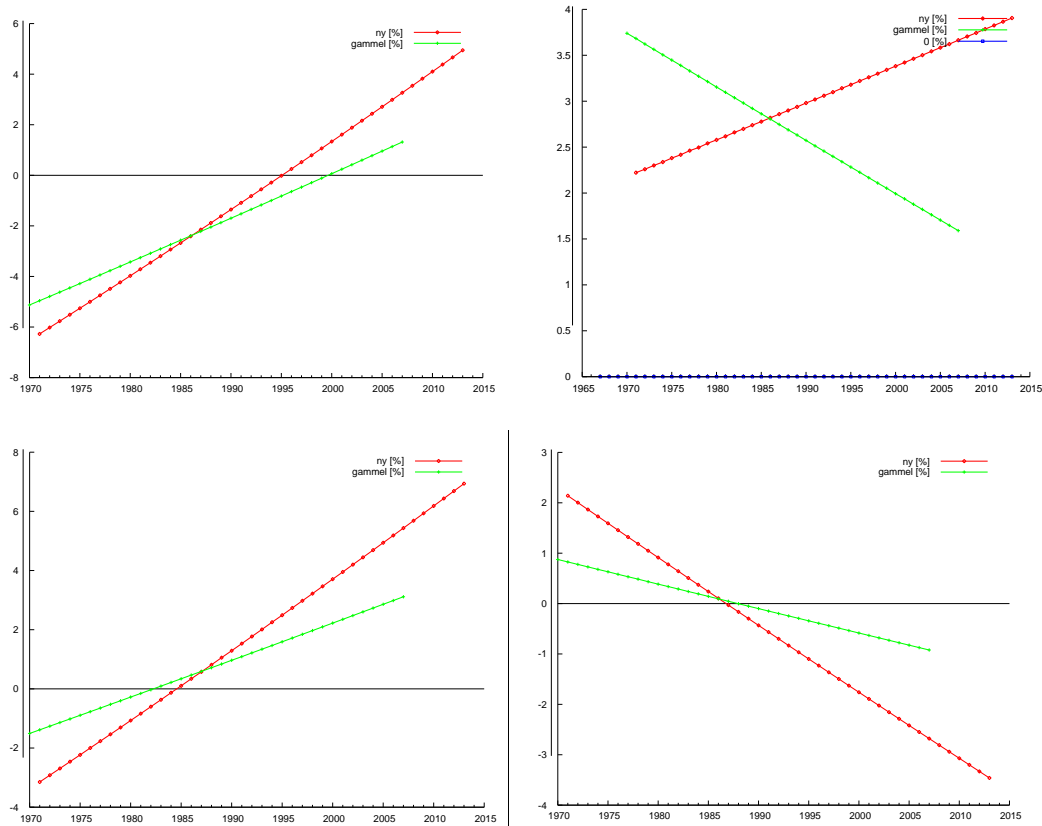
Ny estimation, 1970-2013

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.34	-0.04	-0.06	0.43	σ_{KE}	= 0.19
<i>L</i>	-0.01	-0.42	0.00	0.43	σ_{KEL}	= 0.39
<i>E</i>	-0.15	-0.04	-0.25	0.43	σ_{KELM}	= 0.78
<i>M</i>	0.06	0.27	0.02	-0.34		

Umiddelbart er elasticiteterne større, men det sker på bekostning af nogle voldsommere effektivitetsvækstrater, især mod slutningen af perioden.

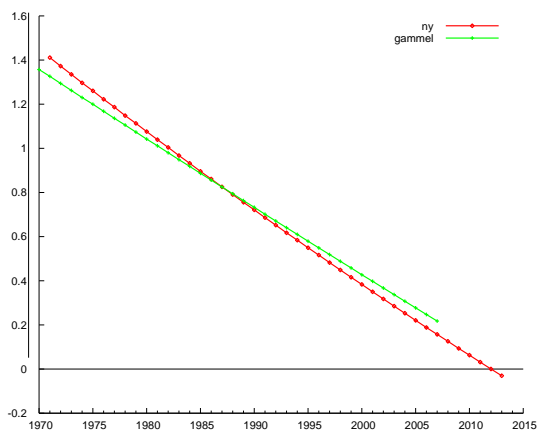
⁶ I denne var der en svag tendens til, at data foretrak ((KE)L)M-nestningen for ((KL)E)M.

Figur 3. Effektivitetsvækstrater i ny og gammel estimation (% p.a.)



Der er ikke ret stor forskel på maskinkapital, mens effektivitetsvækstraten for arbejdskraft i de nye tal er tiltagende. Der er mere udvikling i effektivitetsvækstraterne for energi og materialer.

Figur 4. Totalfaktorproduktivitet, TFP (% p.a.)



Hvis man sammenvejer disse effektivitetsvækstrater med omkostningsandele for K, L, E og M, fås figuren ovenfor.⁷ Her er der ikke den store forskel på den overordnede produktivitsudvikling (totalfaktorproduktivitet), som dog falder en smule hurtigere med de nye tal. Så der er nok tale om, at trenderne forsøger at fange nogle forskydninger mellem K, L, E og M, muligvis ikke mindst forskydninger efter 2008/9. I hvert fald bør man være påpasselig med at have en meget usædvanlig delperiode i slutningen af estimationsperioden, da trenderne i så fald kan begynde at forsøge at fange outliers i den delperiode.

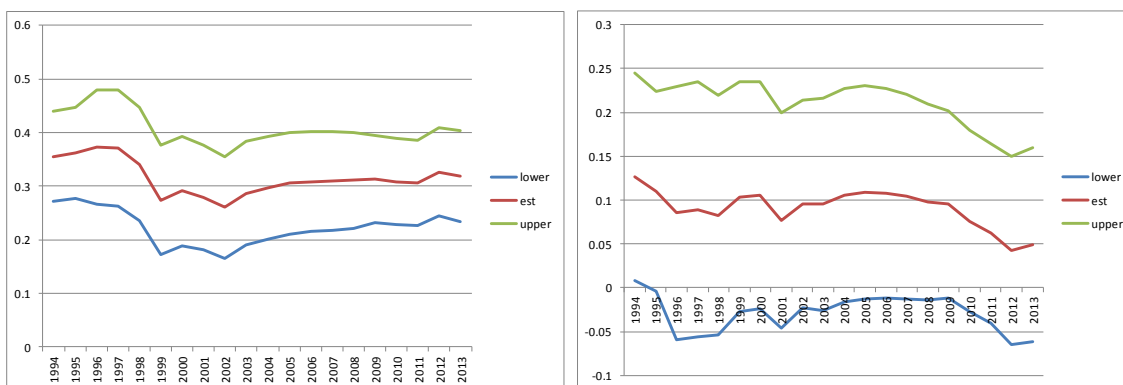
5. Parameterstabilitet

Når man estimerer ligningssystemer som ovenfor, kan det være en god idé at se på, hvor stabil estimationen er mht. udeladelse af observationer (såkaldt rekursiv estimation). I det følgende betragtes rekursiv estimation fra højre: det vil sige en successiv afskæring af slutperioden. Konkret estimeres med 1970 som startår, men med varierende slutår, så perioden starter med at være 1970-1988 og slutter med at være 1970-2013 (som blev vist ovenfor).

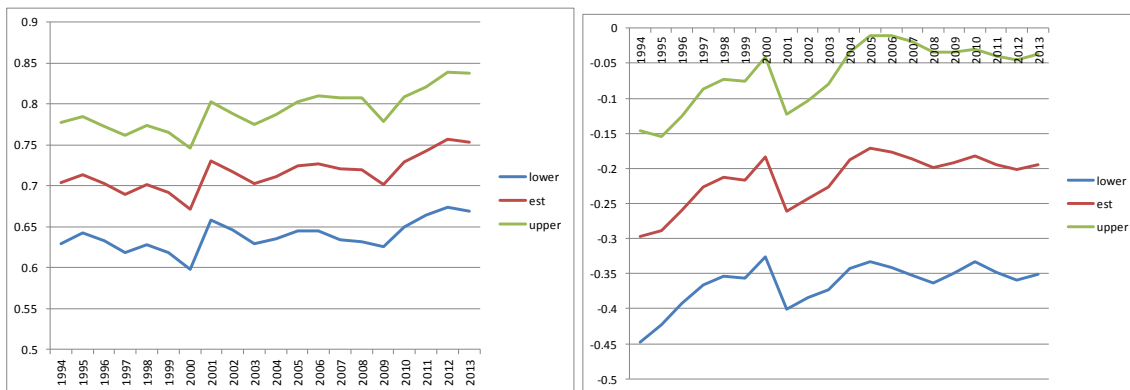
Selv om vi i de senere afsnit vil skifte til at bruge logistiske trender, bruges her de 'almindelige' kvadratiske trender, som vist i Figur 3. Da de logistiske trender har vendepunkter i på forhånd bestemte perioder, er rekursiv estimation mindre oplagt for disse (især hvis de rekursive estimationer kommer tæt på eller krydser disse vendepunkter). Der vises rekursive parameterestimer, med et bånd omkring svarende til ± 2 gange den estimerede spredning.

Der vises først tilpasningshastigheder.

Figur 5. Tilpasningshastigheder, kapital



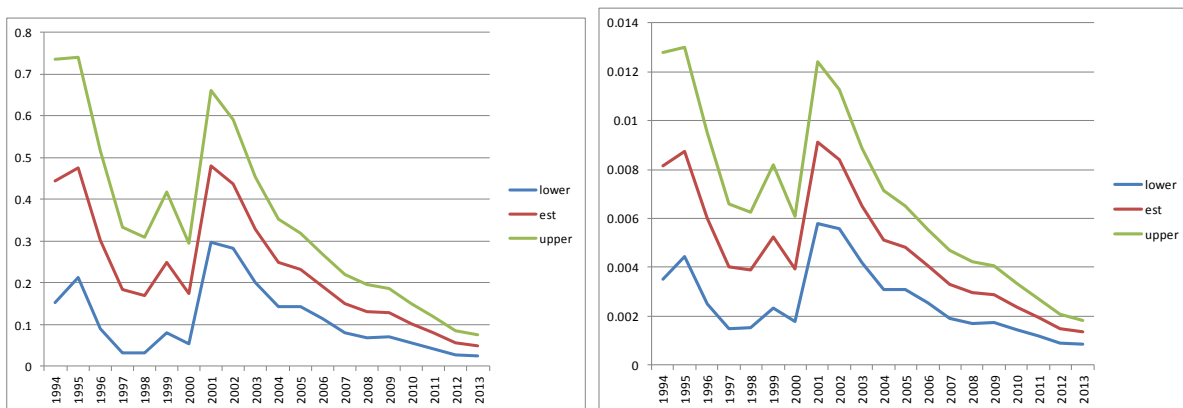
⁷ Her er der brugt 2013-værdier for de ønskede omkostningsandele til at sammenveje. I princippet bør man bruge løbende (ønskede) budgetandele, men 2013-værdier er valgt her af pædagogiske grunde, så grafen bliver glat.

Figur 6. Tilpasningshastigheder, arbejdskraft

Fejlkorrigeringsparameteren er summen af de to viste parametre, som ser pænt stabile ud (den første parameter er førsteårseffekten). Der er ikke tilpasningshastigheder for E og M, da der bruges en tredjegerationsmodel.

For slutperioder 2001-3 samt 1994-95 fås nogle ret utroværdige estimater mht. trendudviklingen. Derfor skal man tage disse punkter med et gran salt, da det kan have at gøre med konvergens til et 'andet' lokalt maksimum for likelihoodfunktionen end det, som ses for de andre sluttidspunkter. For at forsøge at afhjælpe dette, har det været forsøgt at sætte startværdier for parametrene svarende til hvad en estimation 1970-2013 giver, men dette giver samme resultat.

Med hensyn til effektiviteter/trender, fås følgende figurer for parameterstabilitet:

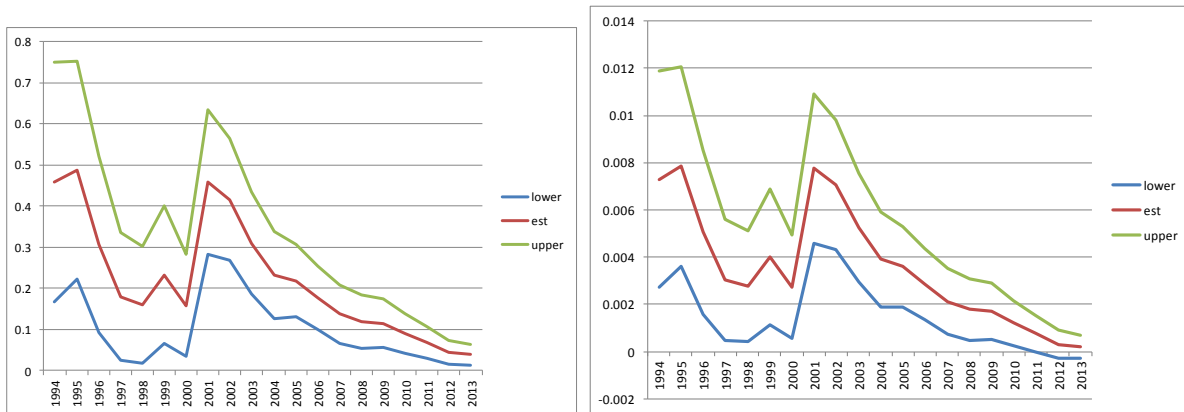
Figur 7. K: Effektivitetsvækstrate 2013-niveau og hældning

Jo længere der estimeres frem, jo mindre er ultimo-vækstraten, og jo mindre er hældningen på denne vækstrate ligeledes (svarende til hældningerne Figur 3).⁸

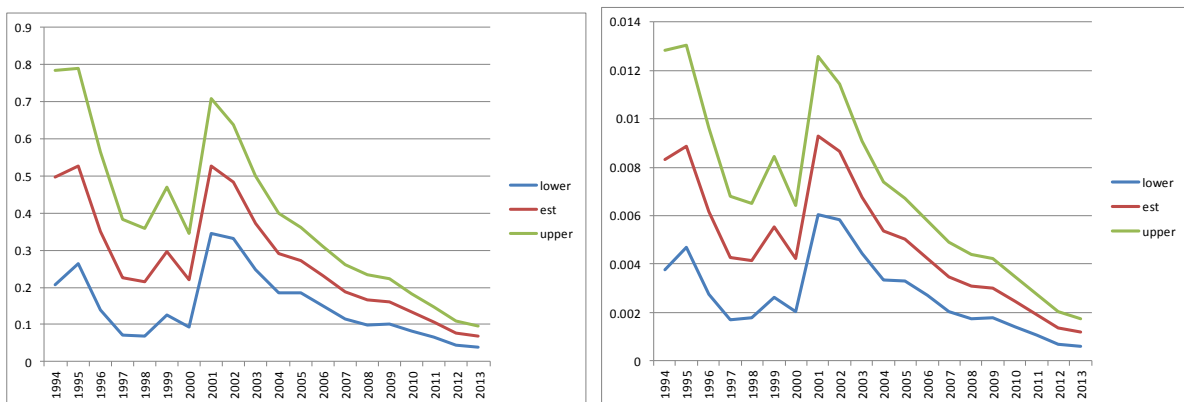
⁸ Den første figur viser ultimovækstraten (som dlogs), dvs. hvad vækstraten ville være er i 2013. Den højre figur viser hældningen på vækstraten, altså hvad den ændrer sig med pr. år. Der er klart, at for et givet gennemsnit af vækstraten vil en ændring i hældningen påvirke ultimovækstraten, så de to parametre er som det ses stærkt korrelerede. Når eksempelvis hældningen bliver fladere, bliver ultimoniveauet også mindre.

Der estimeres med slutår 2001-3 og længere tilbage 1994-96 nogle voldsomme værdier for vækstratens hældning, som skifter med mere end 0.01 svarende til 1 %-point pr. år. Hvis der bortses fra disse ekstremer, fås med slutår gående fra 1970-2004 til 1970-2013 en relativt glidende overgang fra stor positiv hældning på effektivitetsvækstraten til en mere flad udvikling. Selv om parametrene driver noget nedad, er der trods alt ikke tale om skift af fortegn eller voldsomme sving i de sidste 10 år af de rullende estimationer. Der kan nok være brug for at gøre trendspecifikationen mere fleksibel, men der er ikke tegn på, at den bryder helt sammen (heller ikke under finanskrisen).

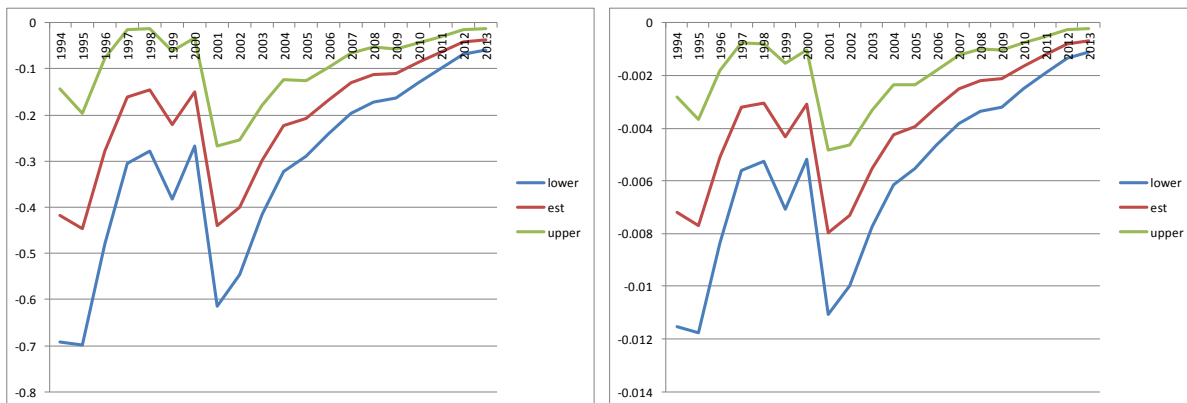
Figur 8. L: Effektivitetsvækstrate 2013-niveau og hældning



Figur 9. E: effektivitetsvækstrate 2013-niveau og hældning



Figur 10. M: effektivitetsvækstrate 2013-niveau og hældning



Der ses det samme billede for L og E som for K, mens trendparametrene udvikler sig modsat mht. M. Så det ser ud til, at jo længere estimationsperioden gøres fra 2004 og frem, jo mindre bliver hældningen på trendvækstraterne. Så set ud fra figurerne ser det ud som om, at ligningerne godt kunne 'bruge' at trendvækstraterne flader ud i slutningen af estimationsperioden, frem for at have konstant hældning som i Figur 3. Det er generelt positivt, at man tilsyneladende kan estimere hen over finanskrisen i 2008-9 og frem, tilsyneladende uden at ligningerne bryder sammen. Alt i alt sker der dog som nævnt tidligere en 'sivning' af trendparametrene når estimationsperioden udvides med de sidste 10 år, og denne 'sivning' genfindes i øvrigt også i de parametre, som bestemmer substitutionen (jf. Appendiks 2). Men der er trods alt tale om en sivning, og ikke om voldsomme fortegnsskift eller lignende.

Vi vil derfor i det følgende afsnit se på en alternativ trendspecifikation, som imødekommer dette 'ønske' om fladere trendvækstrate mod slutningen af estimationsperioden.

6. Forsøg med logistiske trender

Af ovennævnte grunde, og også fordi en L-effektivitetsvækst på næsten 4% p.a. i 2013, som det ses i Figur 3, forekommer lidt voldsomt, forsøges det i dette notat at afbøje trenderne, så trendvækstraterne bliver mere flade i enderne.

Estimationer af trenderne i xx-erhvervet gennemgås relativt detaljeret her, og håbet med denne gennemgang er, at resultaterne også kan fungere som benchmarks for estimationer af mere disaggregerede erhverv.

En effektivitetsvækstrate, som er lineær i procentændringer, er kvadratisk i niveau (i logaritmer), og derfor omtales sådanne trender ofte som 'kvadratiske'. Det er klart at man ikke vil fremskrive en sådan trend ud fra ligningen, og ofte tager man ultimo-værdien for vækstraten, eller gennemsnittet af de sidste n værdier. Hvis man foretager en 'naiv' generalisering af en sådan trend, vil det svare til en kubistisk trend i niveau, eller en kvadratisk trend i vækstrater, altså at man ikke får rette linjer, men parabler i vækstraterne. Sådanne parabler er gode til at fange outliers i start- og slutperioderne og er derfor vanskelige at bruge og fortolke. I stedet har det i mange år i den slags estimationer været valgt at binde vækstraterne i enderne ved at tillade et polynomium af høj grad, men kræve at det har vendetangent i start- og slutperioden (i

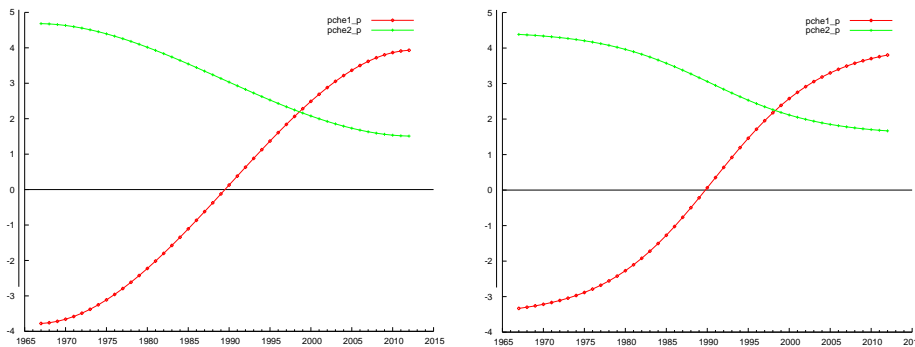
vækstrater). Dette giver høj grad af fleksibilitet inden for estimationsperioden, samtidigt med at kurven er vandret (i vækstrater) i slutningen af perioden. I praksis har det dog ofte været valgt at bruge et 4. gradspolynomium (i niveau), som med to restriktioner har samme antal frihedsgrader som de trender som er vist i Figur 3.⁹

I dette papir foreslås det at erstatte polynomierne med logistiske funktioner¹⁰. Et eksempel ses i den venstre figur nedenfor. Et 4. gradspolynomium i vækstrater svarer til et tredjegradspolynomium, og den venstre figur er faktisk et zoom af et tredjegradspolynomium, jf. **Figur 12**.

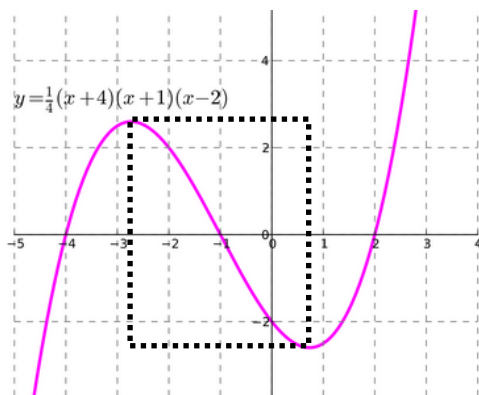
⁹ Begrundelsen for at bruge polynomier har nok været teoremet om, at et polynomium af tilstrækkelig høj grad kan approksimere en hvilken som helst funktion.

¹⁰ Hvilket også er gjort i den seneste reestimation af EMMA-modellen. Se Appendiks 1 for mange flere detaljer om den konkrete funktionsform.

Figur 11. Et 4. gradspolynomium med restriktioner versus logistisk funktion (eksempel, % p.a.)



Figur 12. Det relevante udsnit af et 3. gradspolynomium



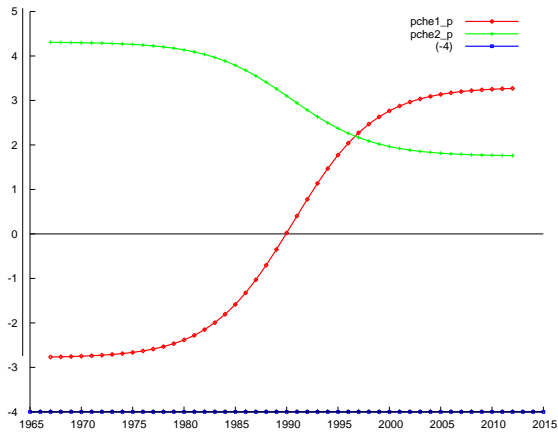
Så et 4. gradspolynomium med endepunktrestriktioner vil altid have samme form som i Figur 11 (venstre) ovenfor, dvs. flad i enderne og med vendetangent i midten af perioden. Problemet med 5. gradspolynomier har så været, at de ganske vist er mere fleksible, men samtidigt har en tendens til at give uforklarlige bevægelser inden for estimationsperioden. Da man alligevel ofte ender med at bruge 4. gradspolynomier (3. grad i vækstrater) har det ledt til spørgsmålet om, hvorfor man så ikke bruger en 'rigtig' logistisk funktion (i vækstrater) i stedet, svarende til Figur 11 (højre). Den logistiske funktionsform har bl.a. den fordel, at man selv kan vælge hvor flade trendvækstraterne skal være i enderne (et specialtilfælde er, at trendvækstraten har konstante værdier i to delperioder, dvs. dummy-agtig).

Det viser sig heldigvis, at man forholdsvis nemt kan integrere en logistisk funktion, eftersom $y = \log[(1+\exp(x))/2]$ svarer til, at $dy/dx = 1/[1+\exp(-x)]$. Den 'rigtige' logistiske funktion har så fire yderligere parametre, men da disse fundamentalt set blot er transformationer af x- og y-akserne, er de forholdsvis nemme at føre tilbage til integralet. Sammenfattende kan der nemt formuleres en funktionsform for (logaritmen til) niveauet af effektivitetsvækstraterne, som giver logistiske funktioner når de vises som procentændringer. Se Appendiks 1 for flere detaljer.

I Figur 11 ovenfor (højre) vises den samme estimation, blot med logistisk formulering og en indtrængningshastighed på 0.15. Disse to figurer er meget svære at se forskel på mht. funktionsformen, så med ca. 45 observationer kan man sige at et 4. gradspolynomium med endepunktrestriktioner for praktiske formål svarer til en logistisk funktion med indtrængningshastighed 0.15 og vendetangent i midten

af perioden. Fordelen ved den logistiske funktion er så, at man kan tvinge den logistiske funktion fladere i enderne, og i dette notat vil vi ofte bruge hastigheden 0.25, svarende til dette:

Figur 13. Den anvendte logistiske funktion, med indtrængningshastighed 0.25 (% p.a.)

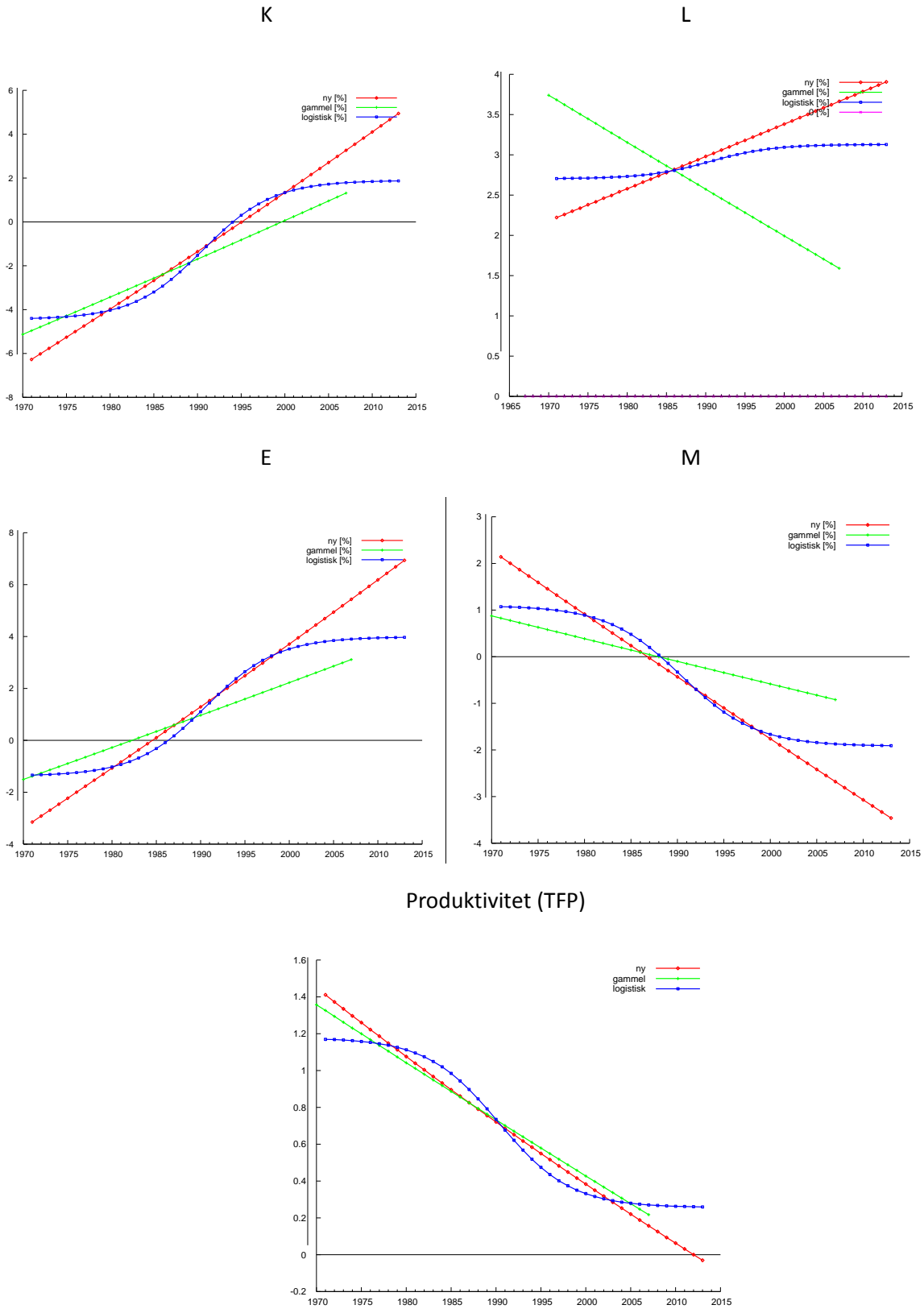


Dette synes at give et godt kompromis, hvor der er bevægelse i midten af perioden, men hvor enderne er så flade, at funktionsformen har svært ved at fange outliers i de første eller sidste observationer.

Nedenfor vises estimationer for xx-erhvervet med ((KE)L)M-nestningsstruktur. Der vises estimerede trendvækstrater i det gamle papir (Thomsen (2008)), reestimation med samme trendformulering, og endelig reestimation med logistiske effektivitetsvækstrater.

Hvis der i stedet bruges en logistisk funktion, fås dette:

Figur 14. Sammenligning af effektivitetsindeks (% p.a.)



Af figurerne ovenfor fremgår det, at de logistiske trender afbøjer udviklingen i enderne, således at der ikke på samme måde fås 'ekstreme' (forstået som forskellige fra alle andre) værdier mht. trendvækstraterne i starten og slutningen af estimationsperioden. Der vil være en indbygget tendens til, at trendvækstraterne primo og ultimo bliver en del mindre, men trods alt ikke som nogen naturnødvendighed. Af de ovenstående grafer tyder det på, at estimationerne ikke har brug for de 'ekstreme' vækstrater i start og slut, for hvis det virkelig var tilfældet, ville den logistiske funktionsform sagtens kunne bevæge sig nærmere de røde linjer i yderpunkterne.

Det er et generelt billede i estimationerne, at M-effektivitetsvækstraten er negativ i slutningen af perioden, svarende til, at denne effektivitet falder, hvilket alt andet lige vil betyde, at M-forbruget stiger. I slutningen af perioden gør det modsatte sig gældende mht. K, L og E-effektiviteterne. Dette skift væk fra K, L og E og over mod M kan fortolkes som effekter af international arbejdsdeling, outsourcing mv., hvor virksomhederne i højere og højere grad fungerer som hinandens undreleverandører (også inden for landets grænser).¹¹ Fra 2000 til 2012 steg materialekvoten (ADAMs fV_m/fX) fra ca. 43% til ca. 48%, og BFI-andelen faldt tilsvarende. Så der er ingen tvivl om, at der sker et skift i de senere år.

Den logistiske formulering koster en anelse på elasticiteterne, men til gengæld fås bedre forklaringsgrad i alle ligningerne (bortset fra L, som har ca. samme residualspreddning).

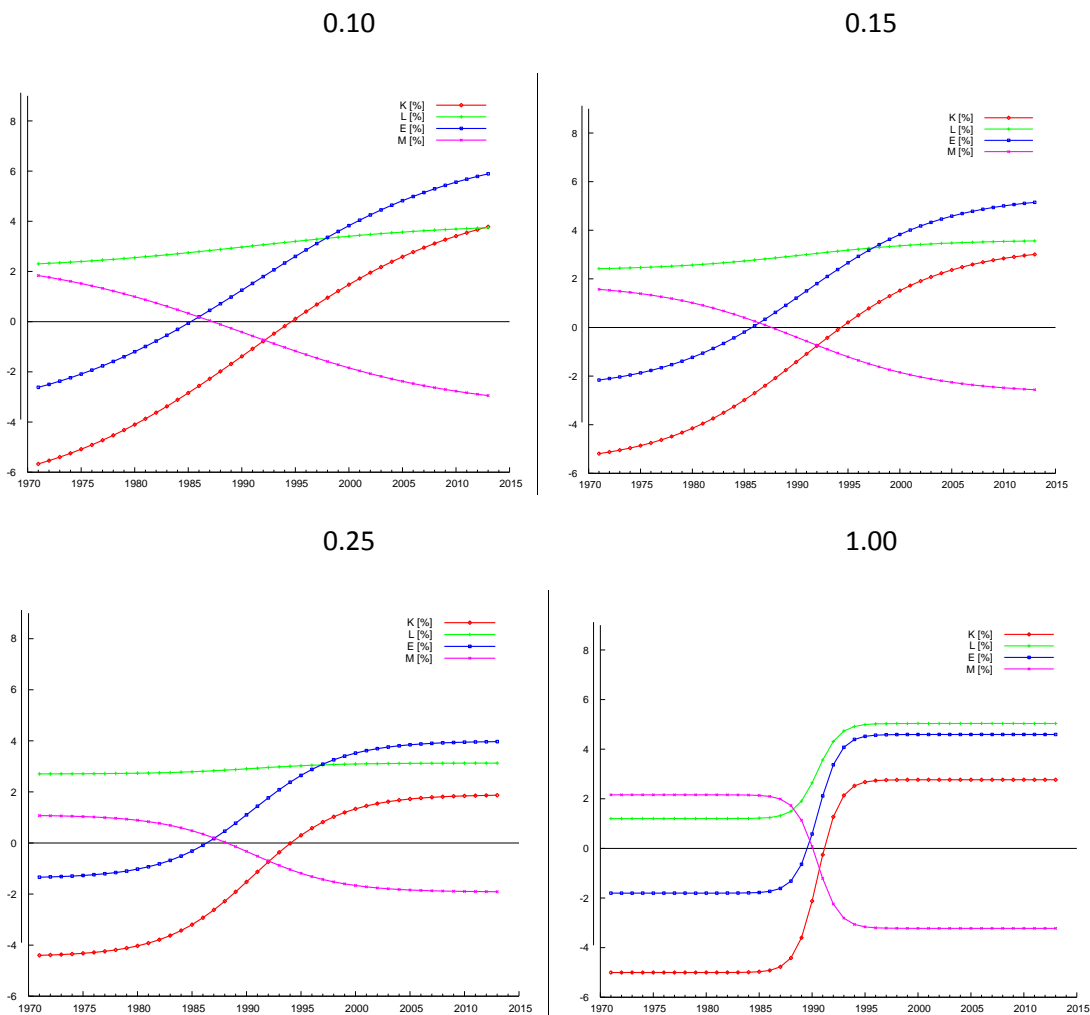
Ny estimation, 1970-2013, logistiske trender

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.29	-0.07	-0.05	0.41	sigmaKE	= 0.15
<i>L</i>	-0.02	-0.39	-0.01	0.41	sigmaKEL	= 0.32
<i>E</i>	-0.13	-0.07	-0.20	0.41	sigmaKELM	= 0.74
<i>M</i>	0.06	0.25	0.02	-0.33		

Som det formentlig er læseren bekendt, er der flere aspekter af en logistisk funktion end dens start- og slut-asymptoter. Der er to yderligere parametre, nemlig vendetangent-året og indtrængningshastigheden. Hvis vi tager det sidste først, kan vi vise trender med forskellige indtrængningshastigheder (0.10, 0.15, 0.25, 1.0):

¹¹ Effekten kan også komme via konsulenter, freelancere, vikarer o.lign, som erstatter L med køb af tjenesteydelser.

Figur 15. Estimation med forskellige logistiske indtrængningshastigheder (% p.a.)



Når hastigheden er 0.10 fås kurver som ser næsten lineære ud, og ved at lade hastigheden gå mod nul, kan man få rigtige lineære kurver som specialtilfælde. Den opmærksomme læser kan overbevise sig selv om, at kurverne for hastigheden 0.10 ligner de tidligere viste lineære kurver (svarende til kvadratiske trender). I takt med, at hastigheden sættes op, bliver skiftet mere og mere abrupt, og for tilstrækkelig stor hastighed fås dummy-lignende skift i niveauerne som specialtilfælde. I enderne af estimationsperioden bliver effektivitetsvækstraterne mindre og mindre, når hastigheden stiger fra 0.10 til 0.15 og fra 0.15 til 0.25, mens der for den høje hastighed 1.0 ses en 'modreaktion' mod denne tendens. Det har formentlig primært med L at gøre, idet der for høj indtrængningshastighed ser ud til at opstå et relativt stort skift i L-effektiviteten i de to delperioder.¹²

Man skal nok passe på med at lægge for meget i førnævnte højhastigheds-fænomen, for der kan måske også være tale om det fænomen, at ligningerne forsøger at fange nogle outliers i anden del af perioden

¹² Udover disse specialtilfælde skal det nævnes, at funktionsformen med 0.25 faktisk også emulerer en stykkevis lineær funktion ganske godt, nemlig en funktion som er vandret (i vækstrater) i starten, derefter lineær i midterperioden, og til sidst vandret igen.

(under finanskrisen). Med hastighed 0.25 undgås dette fænomen, samtidigt med at vækstraterne stadigvæk er ret konstante i enderne.

Tilsvarende kunne man også eksperimentere med brud-året (vendetangenten), som i graferne er sat i midten af perioden (1990). Man kan typisk ikke slippe alle disse parametre løs på én gang for alle ligningerne individuelt uden konvergensproblemer, men man kan godt estimere en fælles overordnet hastighed samt brudår. Hastigheden estimeres til 0.36 (med en spredning på 0.08), mens vendetangenten estimeres til 1991.4 (med en spredning på 0.4). Så en hypotese om en hastighed på 0.25 og vendetangent for 1990 ligger her ganske tæt på, hvad man får i fri estimation.

Man kan godt forsøge at estimere hastighed og vendetangent, men det lønner sig for det meste ikke at slippe dem fuldstændigt fri (det giver for mange konvergensproblemer mv.). I stedet kunne en farbar vej være at lave en slags grid-search over disse parametre, for at se om der er nogle værdier som passer bedre end andre (også for de enkelte erhverv). Dette er dog et større arbejde, og en vis homogenitet på tværs af erhverv mht. hvordan dette specificeres er nok alligevel en fortolkningsmæssig fordel.

Endelig kunne man også godt som en generalisering tilføje en ekstra logistisk funktion, sådan at funktionsformen ville ligne en trappe med to trin i stedet for ét (og der ville være to vendetangenter). Dette forsøges senere i papiret.

7. Test af nestningsstruktur

I de ovenstående afsnit var nestningsstrukturen ((KE)L)M antaget på forhånd. I det følgende vises estimationsresultater for fri estimation, (KEL)M, ((KE)L)M og ((KL)E)M. Nestningsstrukturen (KEL)M svarer til, at M er svagt separabel fra de andre, men at der er fri substitution mellem K, E og L

Mht. denne undersøgelse kan det være en fordel at gøre modellen så lineær i parametrene som muligt, så i første omgang undersøges spørgsmålet med en statisk specifikation (dvs. uden kortsigtsdynamik) med kvadratiske trender (dvs. lineære i vækstrater). Det giver følgende resultater for erhvervene xx (samlede private erhverv), nx (samlet fremstilling) og qx (samlet service):

Tabel 3. Test af separabilitet, statistisk, konstant trendvækstrate

Erhverv + nest	Egenpriselasticiteter				Eff.vækstrater start/slut				logL
	K	L	E	M	K	L	E	M	
xx (KLE)M	-0.30	-0.37	-0.06	-0.30	-1.2/-1.2	3.1/3.1	1.2/1.2	-0.5/-0.5	835.67
xx ((KE)L)M	-0.22	-0.35	-0.07	-0.30	-1.2/-1.2	3.1/3.1	1.2/1.2	-0.5/-0.5	835.26
xx ((KL)E)M	-0.34	-0.35	-0.06	-0.30	-1.1/-1.1	3.1/3.1	1.3/1.3	-0.5/-0.5	833.29
nx (KLE)M	-0.36	-0.50	-0.34	-0.25	2.3/2.3	6.3/6.3	3.9/3.9	-1.6/-1.6	834.61
nx ((KE)L)M	-0.40	-0.50	-0.34	-0.25	2.4/2.4	6.3/6.3	4.0/4.0	-1.7/-1.7	834.23
nx ((KL)E)M	-0.41	-0.49	-0.35	-0.25	2.4/2.4	6.3/6.3	3.9/3.9	-1.7/-1.7	830.43
qx (KLE)M	-0.58	-0.42	-0.24	-0.37	4.0/4.0	2.4/2.4	4.7/4.7	-2.6/-2.6	821.34
qx ((KE)L)M	-0.54	-0.43	-0.41	-0.39	4.2/4.2	2.6/2.6	8.4/8.4	-3.0/-3.0	817.65
qx ((KL)E)M	-0.62	-0.38	-0.02	-0.34	3.2/3.2	2.2/2.2	2.2/2.2	-2.0/-2.0	814.52

Tabel 4. Test af separabilitet, statistisk, kvadratiske trender (lineær trendvækstrate)

Erhverv + nest	Egenpriselasticiteter				Eff.vækstrater start/slut				logL
	K	L	E	M	K	L	E	M	
xx (KLE)M	-0.21	-0.34	-0.09	-0.31	-4.2/1.7	3.8/1.9	-0.8/3.2	0.6/-1.4	910.56
xx ((KE)L)M	-0.19	-0.35	-0.10	-0.32	-4.2/1.7	3.7/2.1	-0.9/3.4	0.6/-1.6	910.41
xx ((KL)E)M	-0.21	-0.31	-0.05	-0.29	-4.4/1.7	3.8/1.8	-0.4/2.7	0.5/-1.3	908.95
nx (KLE)M	-0.35	-0.49	-0.33	-0.25	-2.2/5.5	4.1/6.6	-0.3/6.5	0.3/-2.8	872.62
nx ((KE)L)M	-0.37	-0.49	-0.33	-0.25	-2.3/5.5	4.1/6.5	-0.2/6.5	0.3/-2.8	872.54
nx ((KL)E)M	-0.37	-0.49	-0.34	-0.25	-2.3/5.6	4.1/6.6	0.0/6.3	0.3/-2.8	871.76
qx (KLE)M	-0.26	-0.37	-0.54	-0.33	-1.9/1.6	2.2/2.5	13.3/3.4	-0.8/-2.5	845.31
qx ((KE)L)M	-0.54	-0.45	-0.43	-0.41	-0.4/7.2	3.4/2.6	5.9/9.1	-2.0/-4.1	839.38
qx ((KL)E)M	-0.54	-0.46	-0.34	-0.47	-0.6/12.3	2.6/6.6	0.1/9.5	-1.1/-8.4	837.12

Tabel 5. Test af separabilitet, statistisk, logistiske trender

Erhverv + nest	Egenpriselasticiteter				Eff.vækstrater start/slut				logL
	K	L	E	M	K	L	E	M	
xx (KLE)M	-0.22	-0.37	-0.11	-0.34	-3.7/0.9	3.3/2.7	-0.6/2.9	0.5/-1.4	919.19
xx ((KE)L)M	-0.20	-0.37	-0.12	-0.35	-3.7/0.9	3.2/2.8	-0.6/3.0	0.6/-1.5	919.07
xx ((KL)E)M	-0.23	-0.34	-0.08	-0.32	-3.8/0.9	3.3/2.5	-0.3/2.5	0.5/-1.3	917.38
nx (KLE)M	-0.38	-0.50	-0.36	-0.25	-1.8/4.9	3.8/7.1	0.2/6.2	0.1/-2.7	869.61
nx ((KE)L)M	-0.39	-0.50	-0.36	-0.25	-1.8/5.0	3.8/7.1	0.2/6.1	0.1/-2.7	869.56
nx ((KL)E)M	-0.40	-0.50	-0.36	-0.25	-1.9/5.1	3.8/7.2	0.4/6.0	0.1/-2.7	868.79
qx (KLE)M	-0.54	-0.46	-0.36	-0.46	1.0/8.9	3.2/4.9	2.7/8.2	-2.2/-6.2	839.81
qx ((KE)L)M	-0.54	-0.45	-0.44	-0.42	0.4/6.4	3.3/3.1	6.0/9.3	-2.2/-4.2	839.39
qx ((KL)E)M	-0.54	-0.47	-0.35	-0.48	1.1/10.4	3.1/6.5	1.2/8.4	-2.1/-7.7	839.60

For xx og qx ser den fri estimation ikke særligt god ud, især fordi egenpriselasticiteterne for K og E forsvinder eller får forkert fortegn. For xx falder log-likelihoodværdien ikke dramatisk fra fri estimation til (KLE)M, givet at der faktisk bindes to parametre, og likelihoodværdien falder ej heller meget fra (KLE)M til enten ((KE)L)M eller ((KL)E)M, hvor der bindes én parameter. I det sidstnævnte tilfælde er 2 gange faldet i likelihoodværdi asymptotisk $\chi^2(1)$ -fordelt med kritisk 95%-værdi på 3.84 (dvs. at likelihoodværdien ikke bør falde mere end $3.84/2 = 1.92$). Så for xx-erhvervet kan hverken ((KE)L)M eller ((KL)E)M afvises som restriktion på (KLE)M, men estimationen foretrækker dog ((KE)L)M. Et lidt lignende billede tegner sig mht. nx, hvor estimationen med ((KE)L)M giver stort set samme likelihoodværdi som (KLE)M, mens ((KL)E)M

tager sig dårligere ud (signifikant dårligere). Mht. qx-erhvervet tabes der lidt mere likelihood/forklaringsevne ved at gå fra (KLE)M til ((KE)L)M, og faktisk lidt over χ^2 -grænsen på knapt 2. Til gengæld ser nestningen ((KL)E)M ikke god ud for dette erhverv.

Hvis man inddrager kortsigtsdynamik bliver separabilitetsanalysen hurtigt vanskeligere, fordi der er langt større risiko for, at estimationsalgoritmen finder lokale maksima og testet på log-likelihoodværdier derfor ikke giver megen mening. Mht. xx-erhvervet vises dog alligevel estimationer:

Tabel 6. Test af separabilitet, dynamisk, logistiske trender

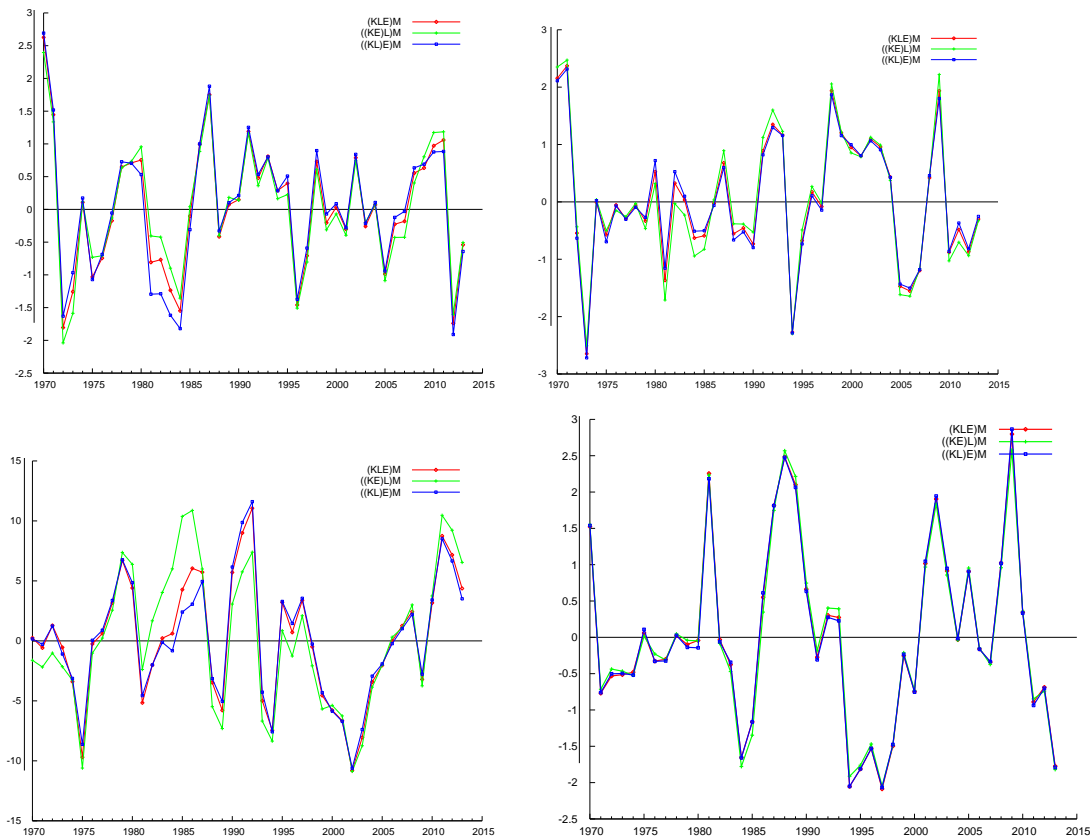
Erhverv + nest	Egenpriselasticiteter				Eff.vækstrater start/slut				logL
	K	L	E	M	K	L	E	M	
xx (KLE)M	-0.33	-0.39	-0.14	-0.34	-4.7/2.3	2.6/3.4	-1.4/3.9	1.2/-2.1	491.51
xx ((KE)L)M	-0.29	-0.39	-0.20	-0.33	-4.4/1.9	2.7/3.1	-1.3/4.0	1.1/-1.9	486.81
xx ((KL)E)M	-0.33	-0.39	-0.13	-0.35	-4.8/2.5	2.4/3.6	-1.3/3.7	1.4/-2.3	490.25

Her ser billedet omvendt ud, nemlig at ((KL)E)M-strukturen foretrækkes, idet likelihoodværdien falder 4.7 hhv. 1.3, hvor den kritiske værdi er ca. 1.92. Fejlkorrktionsparametrene ligger omkring 0.4-0.5 for K og mellem 0.5 og 0.6 for L, hvilket er fornuftigt.

Når der skal vælges mellem estimationsvarianter, falder likelihoodværdien naturligvis for som et vigtigt kriterium. Det er dog ikke altid det eneste kriterium, dels fordi der nogle gange -- især i dynamiske specifikationer -- kan være tale om lokale maksima, og dels fordi andre hensyn end den rene økonomiske forklaringskraft kan veje tungere. Eksempelvis størrelsen af de estimerede elasticiteter, om trendvækstraterne virker rimelige, om tilpasningshastighederne er store nok (så der ikke er for store historiske uligevægte mellem ønsket og faktisk faktorforbrug) osv. Der kan også tages hensyn til andre økonomiske teststørrelser end likelihoodværdien, f.eks. graden af autokorrelation mv.¹³ I ovenstående tabel kunne man f.eks. godt vælge at vægte hensynet til energiens egenpriselasticitet i ((KE)L)M højere end den rene forklaringskraft i ((KL)E)M, og i øvrigt er de tre estimationer alligevel ikke langt fra hinanden mht. at ramme data:

¹³ Som følge af tredjegenerationsdynamikken er DW-tests for E og M typisk ikke særligt pæne.

Figur 16. Residualer i tre forskellige nestningsstrukturer, dynamisk, xx-erhverv (% afvigelse)



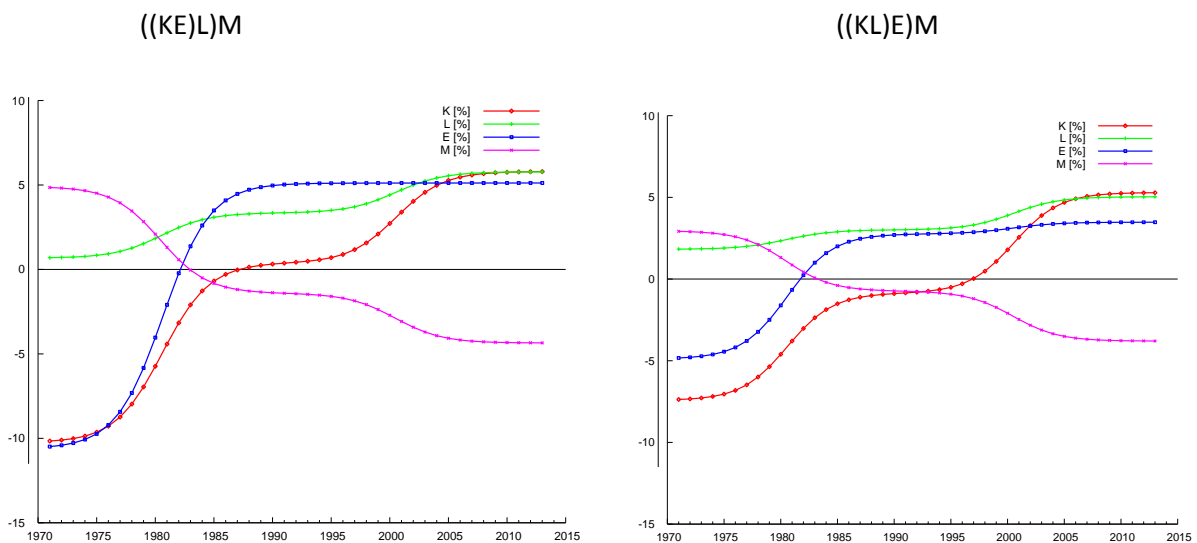
Som det ses, er der ikke ligefrem tale om meget iøjnefaldende forskelligheder i residualerne i disse forskellige nestninger, hvor forskellene ses tydeligst i energiligningen. Her er den frie ((KE)L)M ret ens, mens energiligningen for ((KE)L)M skyder væsentligt lavere (og også for lavt) i perioden 1983-86. Omvendt rammer ((KE)L)M højere i 1990-92, hvor de to andre skyder alt for lavt. Med til billedet hører også, at ((KE)L)M er pænere end de andre for K i 1981-1984. Alt i alt må man sige, at specifikationerne kræver målfoto for at kunne rangordnes ud fra residualer.

8. Logistiske trapper

En forholdsvist oplagt generalisering af den logistiske funktion er at sige, at der er tre frem for to delperioder, svarende til en trappe med to trin frem for ét.

Som et forsøg er det forsøgt at definere to logistiske funktioner, hvor den ene har vendetangent i 1980 og den anden i 2000, hvilket giver én ekstra trendparameter pr. ligning. Nedenfor vises resultatet for xx-erhvervet i en dynamisk specifikation, for nestningsstrukturerne ((KE)L)M og ((KL)E)M:

Figur 17. Logistiske trapper, xx-erhverv (% p.a.)



Der fås følgende elasticiteter (i 2013):

	((KE)L)M				((KL)E)M				
K	-0.43	0.01	-0.05	0.47	K	-0.40	-0.04	-0.01	0.46
L	0.00	-0.47	0.00	0.47	L	-0.01	-0.44	-0.01	0.46
E	-0.11	0.01	-0.37	0.47	E	-0.03	-0.13	-0.30	0.46
M	0.06	0.29	0.03	-0.37	M	0.06	0.28	0.03	-0.37
	LogL = 488.44				LogL = 484.32				

Her foretrækkes ((KE)L)M-specifikationen mht. likelihoodværdi, og det mest interessante ved øvelsen er måske, at effektivitetsvækstraten for E får en noget anden form, med et lavt (negativt) niveau i den første tredjedel, efterfulgt af et næsten konstant niveau i de to sidste tredjedele. Dette kunne godt tyde på, at vendetangenten mht. E ligger noget tidligere end 1990. Interessant nok dækker den periode, hvor

effektiviteten for E er anderledes, de to energikriser. Så det er også muligt, at denne periode har brug for en slags dummy mht. E.¹⁴

9. Sammenligning med andre modeller

I ADAM er faktorefterspørgselselasticiteterne væsentligt lavere end i dette papir. Nedenfor vises hvordan de aggregerede elasticiteter ser ud i ADAM for samlede erhverv:¹⁵

Tabel 7. Elasticiteter i ADAM, samlede erhverv

	PK	PL	PE	PM
K	-0.18	0.17	0.02	-0.00
L	0.04	-0.05	0.01	-0.00
E	0.02	0.04	-0.07	0.01
M	-0.00	-0.00	0.00	-0.00

Materialer er antaget stærkt separable (0-elasticiteter), hvilket naturligvis giver en stor forskel i forhold til dette papirs estimationer (M har en stor omkostningsandel, så det er bestemt ikke nogen ligegyldig produktionsfaktor). Da sådanne elasticiteter skal summe til nul rækkevis, kan man næsten forestille sig, at fraværet af positive tal i sidste kolonnes tre første rækker gør, at der ikke er 'plads' til særligt store egenpriselasticiteter for K,L og E. Eller sagt med andre ord: disse faktorer kan ikke substituere med M, og derfor bliver substitutionen mere beskeden. Substitutionselasticiteten mellem K og L er for de estimerede erhverv omkring 0.3 i gennemsnit, hvilket ikke er voldsomt langt fra hvad der estimeres mellem KE og L eller K og L i nærværende papir.

Til sammenligning kan der her estimere følgende elasticiteter (denne er vist tidligere):

Tabel 8. Elasticiteter med ((KE)L)M-nestning, xx-erhverv

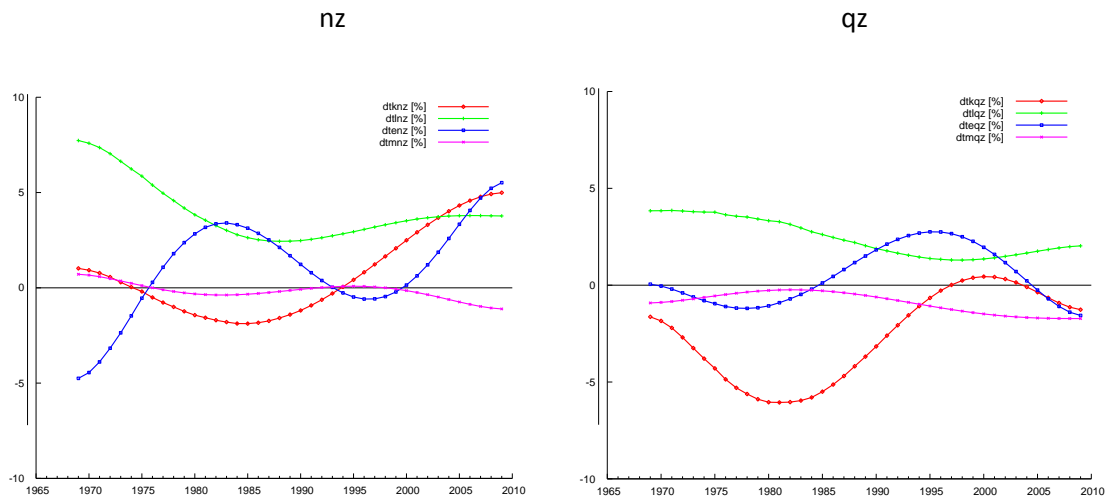
	PK	PL	PE	PM		
K	-0.34	-0.04	-0.06	0.43	sigmaKE	= 0.19
L	-0.01	-0.42	0.00	0.43	sigmaKEL	= 0.39
E	-0.15	-0.04	-0.25	0.43	sigmaKELM	= 0.78
M	0.06	0.27	0.02	-0.34		

Effektivitetsvækstraterne i ADAM er lavet ud fra restrikerede polynomier af relativt høj grad, og for at give et eksempel vises i det følgende trendvækstrater for nz-og qz-erhvervene.

¹⁴ Det kan dog undre, at E-effektiviteten falder i den periode, hvilket alt andet lige vil få det ønskede energiforbrug til at stige.

¹⁵ ADAM opererer med en tilnærmet ((KL)E)M-nestning, hvor der også indgår bygningskapital [hvordan?].

Figur 18. Effektivitetsvækstrater i ADAM (anden fremstilling og anden service, % p.a.)



Der ses at være ret megen bevægelse i disse effektivitetsindeks, og eftersom prissubstitutionen er (antaget) relativt beskeden er det muligt, at indeksene også fanger nogle priseffekter.

I Mona opereres med en lignende beskrivelse, og her er substitutionelasticiteten mellem K og L ca. 0.67. Også SMEC ligner dette, men her antages Cobb-Douglas mellem K og L, dvs. en substitutionelasticitet på 1 (mens E og M er stærkt separable). DREAM bruger elasticiteter fra Thomsen (2008), dvs. en ((KE)L)M med sigmaer inderst til yderst på 0.10, 0.25 og 0.67, jf. afsnit 4. Sammenfattende kan man sige, at en af de store forskelle på nærværende beskrivelse (og DREAMs) er, at i ADAM, Mona og SMEC opereres med stærk separabilitet mht. M.

Denne forfatter kan ikke lade være med at tænke på, at der burde være mærkbare modelmæssige forskelle på en substitutionelasticitet mellem KLE og M i omegnen af 0.7-0.8 og så det at sætte den til nul. Eksempelvis skulle man tro, at det ville have betydning, hvis importpriserne (og dermed materialepriserne) stiger, for med substitution mellem KLE og M, vil producenterne vel så flytte en hel del af efterspørgslen efter M over mod de andre produktionsfaktorer?

Fra et energisynspunkt er der i hvert fald også mærkbar forskel, for med en ((KE)L)M-estimation fås en egenpriselasticiteten for energi på omkring -0.25, og energiforbruget påvirkes også mærkbart af usercost og materialepris.

Til brug for IntERACT (eller DREAM) vil man bruge en 'rigtig' nestet CES mht. langsigtsligningerne, med de substitutionelasticiteter man kan udlede fra GL-estimationerne. Dette ville også være en farbar vej mht. eventuel indlæggelse i andre modeller, f.eks. ADAM, Mona eller SMEC.

10. Skal M være svagt separabel?

Dette antages her, dels fordi det er en plausibel antagelse om virksomhedernes beslutningsproces, og dels fordi det eliminerer to parametre og giver langt mere robuste estimationsresultater.

I en helt fri estimation er alle elasticiteter frie (bortset fra restriktioner om prishomogenitet og Slutsky-symmetri), og man ser ind imellem resultater à la dette (især for service):

Table 9. Eksempel på fri estimation, KLEM, qx-erhvervet

	PK	PL	PE	PM
K	-0.17	0.00	-0.05	0.21
L	0.00	-0.50	0.00	0.50
E	-0.13	0.02	-0.35	0.47
M	0.04	0.41	0.03	-0.47

Her kan man faktisk estimere alle elasticiteter frit, men hvis man ser på de tre første rækker i den sidste søjle af tal kan man se, at substitutionen mellem M og L hhv. M og E ser større ud, end mellem M og K.

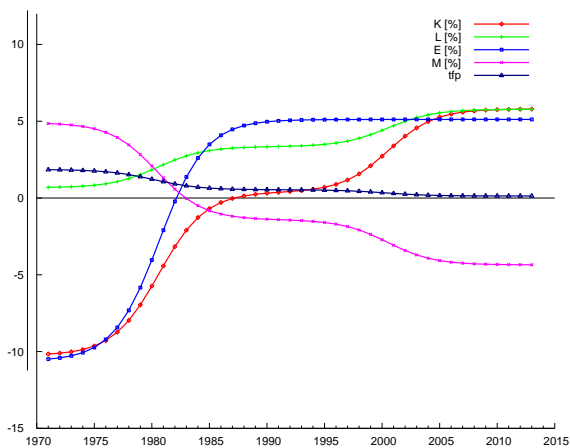
Ulemperne ved en sådan fri estimation opvejer dog fordelene, og en af ulemperne er, at man ikke kan oversætte elasticiteterne til en nestet CES-funktion. Man må også sige, at ud fra tallene ovenfor ser det ud til, at M er den faktor, som umiddelbart ser ud til nemmest at kunne gøres separabel i et yderste nest (hvilket kræver at søjlen af elasticiteter bortset fra egenpriselasticiteten er ens).

11. Estimationer af de enkelte erhverv

I det følgende vises en 'rå' estimation af ADAM-erhvervene, hvor nogle af disse estimationer er gråtonede pga. forkerte fortegn på elasticiteterne eller lignende. Der er i tabellen estimeret både fri (KLE)M-nestning samt ((KE)L)M og ((KL)E)M. Estimationerne er med logistiske trender med ét brudår i midten af perioden (Tabel 10), eller med to brudår i den første tredjedel hhv. anden tredjedel af perioden (Tabel 11).

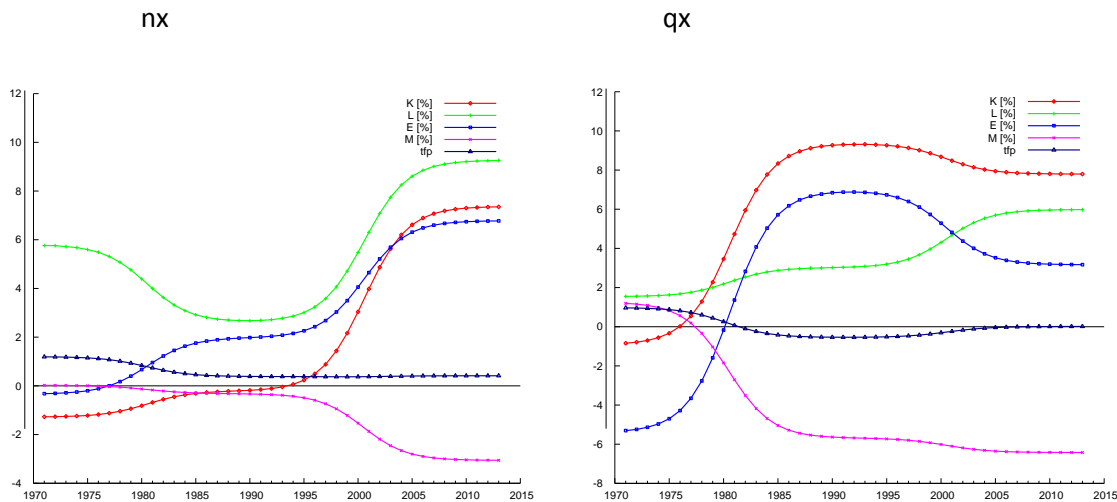
Mht. Tabel 11 var det oprindeligt tanken at tillade to 'trappetrin' de steder hvor det så rimeligt ud, men problemet med disse estimationer er, at man godt kan få temmeligt store hop i effektivitetsvækstraten, som det ses nedenfor. Vi kan først betragte xx-erhvervet, som er blevet vist før, og som ser forholdsvis rimeligt ud (måske bortset fra den kraftige negative effektivitetsvækst for K og E i starten af perioden).

Figur 19. Effektivitetsvækst, xx-erhvervet (% p.a.)



Men for nx- og qx-erhvervene ser det ikke helt så tilforladeligt ud:

Figur 20. Effektivitetsvækst, nx- og qx-erhverv (% p.a.)



Her ses for nx en kraftig stigning i K- og L-vækstraterne (og til dels for E) i den sidste tredjedel af perioden, kombineret med at kraftigt fald i M-vækstraten. Dette kan tyde på et skift fra K og L over mod M i produktionsprocessen, hvilket ikke i sig selv er urimeligt. Men skiftet virker voldsomt, og nok også for voldsomt. Der er nok brug for en formulering af, hvor meget vækstraterne må skifte fra periode til periode, herunder nogle "regler" for, om effektivitetsvækstraten kan tillades at skifte niveau fra f.eks. først højt, så til lavt, og så til højt (som det ses for L-vækstraten ovenfor). For qx-erhvervet har K og E nogle sammenlignelige forløb, som skifter en hel del, mens totalfaktorproduktiviteten (TFP) estimeres negativ i den midterste tredjedel af estimationsperioden.

Alt i alt kan man formentlig godt bruge trappekurver med to trin, men det indebærer noget arbejde med at få lagt bånd på udviklingerne, så de ikke svinger for voldsomt.¹⁶ Med hensyn til at lade brud-årene variere frit i perioden er der den samme problemstilling mht., at dette kan være tidskrævende at fastlægge. Så af tidsmæssige grunde vælges det at bruge den simple formulering med brud-år i midten af perioden og kun ét trappetrin (Tabel 10).

¹⁶ Man kunne f.eks. have en restriktion om, at $|\alpha_1 - \alpha_0| < 0.05$, svarende til at trendvækstraten ikke ændrer sig med mere end 5%-points i fra delperiode til delperiode.

Tabel 10. Enkelte erhverv ((KE)L)M, effektivitetsvækstrater med ét trin

Erhverv + nest	Egenpriselasticiteter 2013				Eff.vækstrater start/slut				Tilp. K	Tilp. L	$\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3$	logL
	K	L	E	M	K	L	E	M				
xx (KLE)M	-0.33	-0.39	-0.14	-0.34	-4.7/2.3	2.6/3.4	-1.4/3.9	1.2/-2.1	0.34/0.44	0.74/0.59		491.51
xx ((KE)L)M	-0.29	-0.39	-0.20	-0.33	-4.4/1.9	2.7/3.1	-1.3/4.0	1.1/-1.9	0.37/0.47	0.76/0.57	0.15/0.32/0.74	486.81
xx ((KL)E)M	-0.33	-0.39	-0.13	-0.35	-4.8/2.5	2.4/3.6	-1.3/3.7	1.4/-2.3	0.33/0.42	0.73/0.59	0.31/0.11/0.78	490.25
nx (KLE)M	-0.37	-0.48	-0.40	-0.23	-3.6/7.7	1.4/10.1	-1.6/8.5	1.2/-3.9	0.19/0.27	0.71/0.78		427.43
nx ((KE)L)M	-0.44	-0.50	-0.42	-0.23	-3.2/7.4	1.9/9.2	-1.0/8.0	1.0/-3.6	0.16/0.25	0.74/0.66	0.40/0.42/0.75	432.06
nx ((KL)E)M	-0.42	-0.50	-0.41	-0.22	-4.7/8.7	-0.1/11.6	-3.1/9.9	2.0/-4.5	0.30/0.32	0.70/0.65	0.40/0.39/0.76	421.74
qx (KLE)M	-0.56	-0.38	-0.14	-0.36	1.0/8.5	2.2/2.1	0.2/3.8	-1.2/-4.1	0.19/0.30	0.64/0.42		396.43
qx ((KE)L)M	-0.54	-0.43	-0.46	-0.39	1.0/6.7	2.3/2.7	7.8/9.2	-1.8/-4.4	0.25/0.35	0.69/0.47	0.43/0.62/0.76	384.83
qx ((KL)E)M	-0.56	-0.38	-0.18	-0.36	1.1/8.3	2.2/2.1	0.8/4.4	-1.2/-4.1	0.20/0.31	0.65/0.42	0.61/0.18/0.70	396.33
a (KLE)M	0.02	-0.08	-0.19	-0.62	-0.4/2.3	3.2/3.3	1.4/-4.2	4.4/1.3	0.06/0.07	0.29/0.19		311.83
a ((KE)L)M	-0.49	-0.42	-0.49	-0.21	-4.6/15.1	16.5/-13.1	-3.4/9.9	1.1/0.6	0.14/0.25	-0.11/0.04	0.44/0.72/0.46	339.90
a ((KL)E)M	0.47	-0.16	-0.23	-0.17	7.5/7.0	11.0/-3.8	2.5/-3.9	0.1/3.1	0.06/0.03	-0.16/0.04	-0.53/0.24/0.38	331.68
nf (KLE)M	-0.47	-0.52	0.27	-0.28	-2.0/-4.4	0.0/1.5	-4.8/0.8	0.9/0.5	0.03/0.05	0.21/0.17		448.37
nf ((KE)L)M	-0.18	-0.30	-0.14	-0.12	-1.0/-0.7	2.0/4.0	-2.5/1.3	0.5/-0.7	0.28/0.17	0.38/0.29	0.11/0.08/0.56	431.25
nf ((KL)E)M	-1.34	-1.49	0.24	-0.56	1.0/3.8	4.3/-6.0	-0.1/-3.8	-0.2/1.0	-0.01/0.03	0.38/0.40	1.18/-0.62/2.59	454.09
nz (KLE)M	-0.43	-0.45	-0.36	-0.23	-1.7/6.1	4.2/6.8	1.8/5.9	-0.5/-2.8	0.15/0.23	0.72/0.66		413.36
nz ((KE)L)M	-0.41	-0.45	-0.38	-0.23	-1.6/5.5	4.1/6.6	1.9/5.6	-0.5/-2.7	0.17/0.24	0.73/0.65	0.35/0.42/0.68	412.45
nz ((KL)E)M	-0.44	-0.45	-0.35	-0.23	-1.7/6.3	4.3/7.0	2.0/5.5	-0.6/-2.9	0.16/0.23	0.72/0.68	0.43/0.34/0.70	411.61
b (KLE)M	-0.47	-0.51	-1.10	-0.25	-10.7/1.3	8.6/-0.8	-17.0/1.3	-1.5/-0.2	0.31/0.17	0.69/0.55		330.28
b ((KE)L)M	-0.59	-0.58	-0.46	-0.33	5.3/-5.2	-3.5/8.6	13.1/-6.5	2.7/-4.6	0.26/0.16	0.66/0.47	0.13/1.00/0.83	331.64
b ((KL)E)M	-0.38	-0.46	0.01	-0.35	-2.5/1.3	5.8/-0.7	2.6/1.1	-1.7/-0.3	0.34/0.16	0.71/0.48	0.38/-0.04/0.84	333.19
qz (KLE)M	-0.56	-0.38	-0.19	-0.34	0.8/8.5	2.0/1.5	0.4/3.7	-0.9/-4.2	0.20/0.31	0.71/0.53		390.34
qz ((KE)L)M	-0.54	-0.42	-0.47	-0.36	1.2/6.3	1.8/2.1	8.1/8.3	-1.4/-4.4	0.25/0.35	0.72/0.50	0.43/0.63/0.72	381.26
qz ((KL)E)M	-0.56	-0.38	-0.20	-0.34	0.8/8.4	2.0/1.5	0.5/3.8	-0.9/-4.2	0.20/0.32	0.71/0.53	0.61/0.19/0.67	390.34
o (KLE)M	-0.04	-0.34	-0.38	-0.86	-4.1/2.5	-1.1/5.7	-4.1/8.6	4.4/-12.5	0.33/0.30	0.88/0.91		376.25
o ((KE)L)M	-0.44	-0.35	-0.47	-0.85	-7.4/5.6	-1.0/5.5	-2.3/5.8	4.2/-12.1	0.50/0.29	0.90/0.94	0.57/0.34/1.20	368.06
o ((KL)E)M	0.05	-0.34	-0.40	-0.85	-3.8/2.3	-1.0/5.7	-4.7/9.2	4.2/-12.4	0.29/0.29	0.86/0.90	-0.07/0.40/1.21	375.41

Tabel 11. Enkelte erhverv ((KE)L)M, effektivitetsvækstrater med to trin

Erhverv + nest	Egenpriselasticiteter 2013				Eff.vækstrater start/midt/slut				Tilp. K	Tilp. L	$\sigma_1 / \sigma_2 / \sigma_3$	logL
	K	L	E	M	K	L	E	M				
xx (KLE)M	-0.44	-0.47	-0.36	-0.38	-10.3/0.5/6.0	0.5/3.5/5.7	-9.9/4.8/5.1	5.0/-1.5/-4.4	0.21/0.28	0.64/0.55		488.93
xx ((KE)L)M	-0.43	-0.47	-0.37	-0.37	-10.2/0.4/5.8	0.7/3.4/5.8	-10.5/5.1/5.1	4.9/-1.4/-4.3	0.22/0.29	0.62/0.54	0.32/0.49/0.84	488.44
xx ((KL)E)M	-0.40	-0.44	-0.30	-0.37	-7.4/-0.8/5.3	1.8/3.0/5.0	-4.8/2.8/3.5	2.9/-0.8/-3.8	0.24/0.28	0.69/0.60	0.39/0.29/0.82	484.32
nx (KLE)M	-0.27	-0.45	-0.29	-0.22	-2.3/-0.3/5.5	4.6/2.8/9.0	-0.4/1.0/7.0	0.4/-0.2/-2.9	0.99/0.99	0.99/0.99		398.57
nx ((KE)L)M	-0.39	-0.47	-0.35	-0.21	-1.3/-0.1/7.4	5.8/2.7/9.3	-0.3/2.0/6.8	0.0/-0.4/-3.1	0.18/0.23	0.68/0.69	0.32/0.40/0.71	452.08
nx ((KL)E)M	-0.23	-0.40	-0.29	-0.20	-5.8/1.6/2.9	4.1/3.3/6.8	-0.8/1.7/4.4	0.7/-0.5/-1.9	0.38/0.10	0.80/0.74	0.18/0.27/0.67	439.31
qx (KLE)M	-0.53	-0.46	-0.45	-0.45	-0.1/9.2/7.7	1.6/2.9/6.4	-3.1/9.9/3.2	0.8/-5.7/-6.7	0.17/0.34	0.61/0.48		425.94
qx ((KE)L)M	-0.51	-0.48	-0.50	-0.50	0.2/7.4/13.4	2.2/3.2/13.0	4.9/17.6/6.8	-0.5/-5.9/-12.6	0.22/0.38	0.64/0.57	0.49/0.53/0.97	415.08
qx ((KL)E)M	-0.54	-0.45	-0.42	-0.45	-0.8/9.3/7.8	1.5/3.1/6.0	-5.3/6.9/3.2	1.2/-5.7/-6.4	0.16/0.34	0.62/0.47	0.56/0.42/0.87	425.60
a (KLE)M	0.06	0.05	0.14	0.01	-1.5/2.8/1.9	5.6/6.4/1.0	4.0/-0.8/0.9	-1.0/2.3/-1.2	0.21/0.22	0.01/0.13		353.68
a ((KE)L)M	1.12	-0.42	1.01	0.13	-0.1/-0.1/-5.6	-26.0/-25.8/-11.4	-7.9/-7.9/-4.9	1.8/1.7/-3.5	1.00/1.00	1.00/1.00	-0.93/-0.95/0.03	472.13
a ((KL)E)M	0.64	0.28	-0.08	-0.03	11.1/8.2/3.9	16.8/12.7/-5.2	4.9/-0.7/-2.3	-2.1/2.4/-1.3	0.13/0.03	0.01/0.01	-1.00/0.08/0.12	356.54
nf (KLE)M	-0.34	-0.45	-0.21	-0.19	0.3/-4.3/1.7	5.9/-2.0/9.4	-2.1/-5.5/5.4	-0.4/1.5/-2.2	0.09/0.10	0.32/0.32		454.35
nf ((KE)L)M	-0.30	-0.43	-0.25	-0.17	0.1/-3.0/1.1	5.7/-0.6/8.3	-2.5/-3.5/3.6	-0.4/1.0/-2.0	0.12/0.12	0.34/0.35	0.19/0.19/0.76	453.11
nf ((KL)E)M	-1.16	-1.06	0.08	-0.33	-23.2/16.6/-15.0	1.7/-1.1/-0.7	-16.5/3.7/-9.4	3.5/-0.8/1.6	-0.01/0.06	0.39/0.30	1.25/-0.30/1.52	468.74
nz (KLE)M	-0.51	-0.50	-0.47	-0.25	-12.7/16.8/10.6	-0.5/14.3/8.8	-3.7/12.8/4.0	6.3/-9.7/-2.6	0.07/0.15	0.68/0.65		426.43
nz ((KE)L)M	-0.43	-0.47	-0.41	-0.24	-2.6/2.7/8.6	4.2/6.3/8.8	-1.1/6.5/5.5	1.2/-3.1/-2.9	0.21/0.24	0.71/0.65	0.40/0.43/0.72	425.89
nz ((KL)E)M	-0.46	-0.48	-0.42	-0.24	-3.1/3.8/9.9	3.7/7.7/9.2	-1.0/7.3/5.8	1.6/-4.0/-3.2	0.20/0.22	0.69/0.65	0.46/0.41/0.74	426.29
b (KLE)M	-2.05	-0.50	-0.11	-0.21	-4.6/-13.7/-3.7	6.7/5.6/-0.4	-3.0/2.2/-2.3	-1.6/-1.2/-0.3	0.26/0.25	0.71/0.48		345.14
b ((KE)L)M	-0.52	-0.52	-0.51	-0.37	6.8/13.4/-3.0	11.5/8.4/-4.2	18.3/19.3/-11.3	-6.5/-6.5/2.7	0.21/0.10	0.71/0.44	0.49/0.55/0.88	344.00
b ((KL)E)M	-0.51	-0.52	-0.47	-0.36	11.1/16.1/-3.7	16.9/16.3/-6.5	13.6/18.9/-10.3	-7.6/-10.2/4.0	0.29/0.13	0.71/0.19	0.50/0.47/0.88	336.89
qz (KLE)M	-0.54	-0.44	-0.42	-0.41	-0.4/8.1/7.3	2.4/1.7/4.6	-2.7/7.7/2.1	0.6/-4.6/-5.6	0.19/0.35	0.64/0.56		420.12
qz ((KE)L)M	-0.53	-0.45	-0.49	-0.40	0.1/5.9/6.5	2.8/1.4/4.7	5.0/15.5/0.0	-0.6/-4.2/-5.4	0.23/0.37	0.63/0.55	0.46/0.61/0.80	407.98
qz ((KL)E)M	-0.54	-0.43	-0.38	-0.41	-1.0/8.2/7.9	2.4/1.9/4.7	-4.2/5.4/2.3	0.9/-4.7/-5.8	0.18/0.35	0.64/0.56	0.58/0.38/0.81	419.76
o (KLE)M	-0.37	-0.47	-0.48	-0.76	-10.3/-2.7/16.6	-7.8/0.1/20.4	-17.8/2.2/23.1	14.1/0.0/-23.2	0.53/0.41	0.78/0.00		371.02
o ((KE)L)M	-0.48	-0.34	-0.63	-0.80	-12.1/1.9/21.5	-3.1/2.5/6.8	-5.3/3.1/-15.0	11.8/-5.7/-14.6	0.31/0.23	0.89/0.96	0.88/0.21/1.14	364.04
o ((KL)E)M	-0.05	-0.35	-0.47	-0.88	-5.7/-0.7/3.5	-2.4/2.2/6.8	-12.7/3.6/9.7	9.5/-4.9/-14.3	0.28/0.26	0.81/0.94	0.04/0.47/1.24	379.32

11.1 Landbrug (a)

Landbruget (a) ser ud til kun at give meningsfulde resultater for ((KE)L)M-nestningen med ét trappetrin. Men selv i denne estimation ser tilpasningen mht. arbejdskraften forkert ud (med tilpasningshastighed på 0.04 og førsteårseffekt med forkert fortegn).

Det er forsøgt at korrigere for normalhøst vha. ADAM-variablen *hostkor*, men det forbedrer ikke ligningerne. Som det også gælder for eventuelle klimakorrektionsvariabler, er høsten en meget stokastisk variabel, så fraværet af denne variabel giver ikke noget bias, men snarere lidt større spredning på de andre parametre.

For at få en mere rimelig dynamik, er førsteårseffekterne for K og L bundet til 0.25 hhv. 0.60, hvorved der fås egenpriselasticiteter for K, L, E og M på -0.20, -0.24, 0.20 og -0.12 og fejlkorrigeringsparametre på 0.32 hhv. 0.44 for K og L. De samlede elasticiteter i 2013 er følgende:

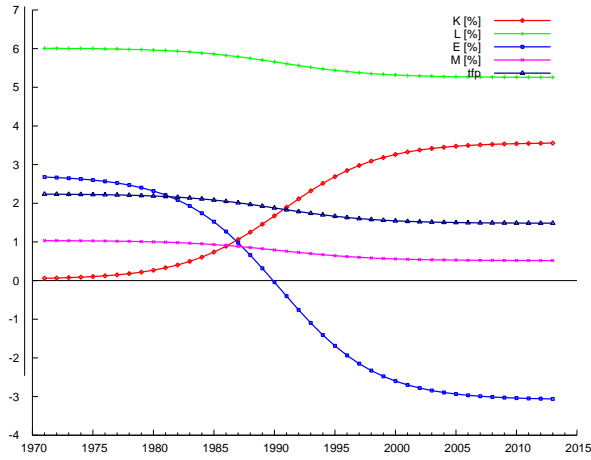
	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.20	0.09	-0.05	0.16	σ_{KE}	= 0.16
<i>L</i>	0.04	-0.24	0.04	0.16	σ_{KEL}	= 0.32
<i>E</i>	-0.04	0.09	-0.20	0.16	σ_{KELM}	= 0.28
<i>M</i>	0.03	0.06	0.03	-0.12		

Substitutionen med M er relativt lille for dette erhverv (0.28).

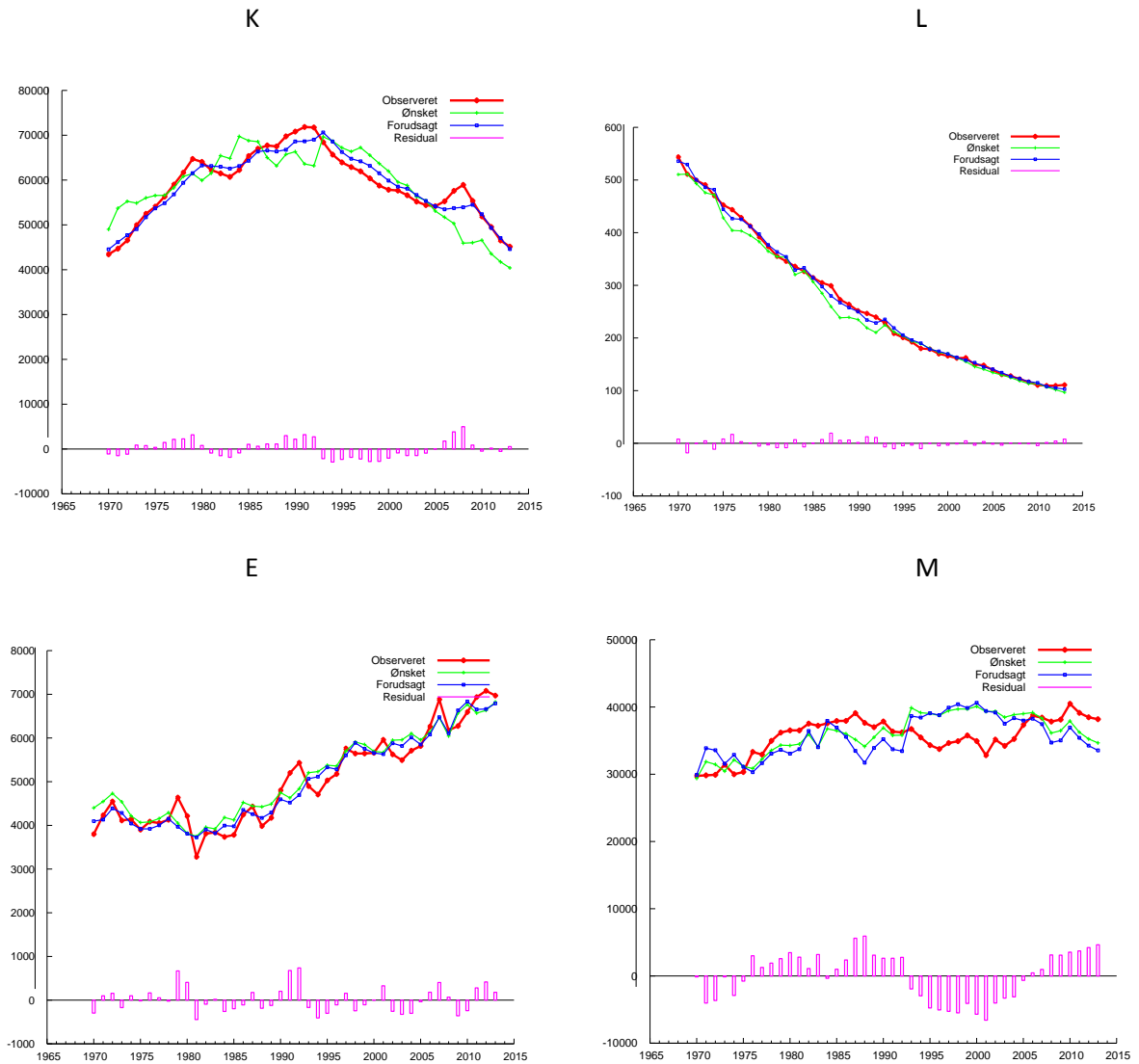
Trenderne viser en relativt stor L-effektivitetsvækst, med en stigende K-vækst og aftagende E-vækst. Materialernes effektivitetsvækst er også aftagende, men er dog positiv igennem hele perioden. Den samlede totalfaktorproduktivitet (TPF) starter med at være et par procent pr. år, for derefter at aftage lidt.

Der er noget systematik i residualerne for K og M som kunne tyde på, at der godt kunne være brug for et ekstra trappetrin i den logistiske trend. Lidt usædvanligt er residualerne for M ret store.

Figur 21. Landbrug (a), effektivitetsvækst (% p.a.)



Figur 22. Landbrug (a), forklaring



11.2 Næringsmiddelindustri (nf)

For nf-erhvervet er det også kun ((KE)L)M-nestningen som kommer pænt ud med ét trappetrin (Tabel 10), men her ser trendvækstrater mv. ok ud. Derfor beholdes denne estimation som den er, med følgende elasticiteter i 2013:

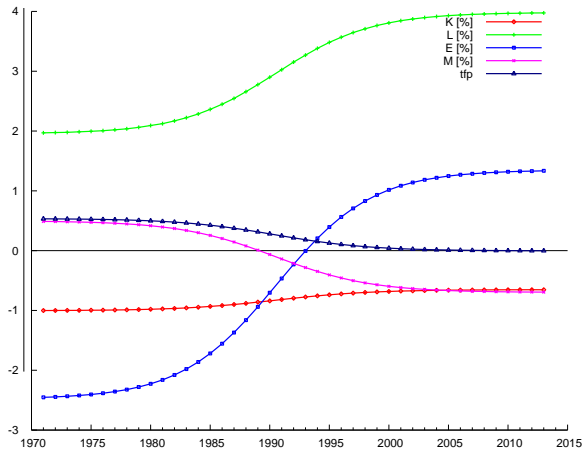
	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.18	-0.23	-0.03	0.44	σ_{KE}	= 0.11
<i>L</i>	-0.09	-0.30	-0.05	0.44	σ_{KEL}	= 0.08
<i>E</i>	-0.07	-0.23	-0.14	0.44	σ_{KELM}	= 0.56
<i>M</i>	0.03	0.08	0.02	-0.12		

Den største substitution er her mellem KLE og M ($\sigma = 0.56$), mens de andre substitutionselasticiteter er mere beskedne. Derfor er både K, L og E også indbyrdes komplementære (negative krydspriselasticiteter).

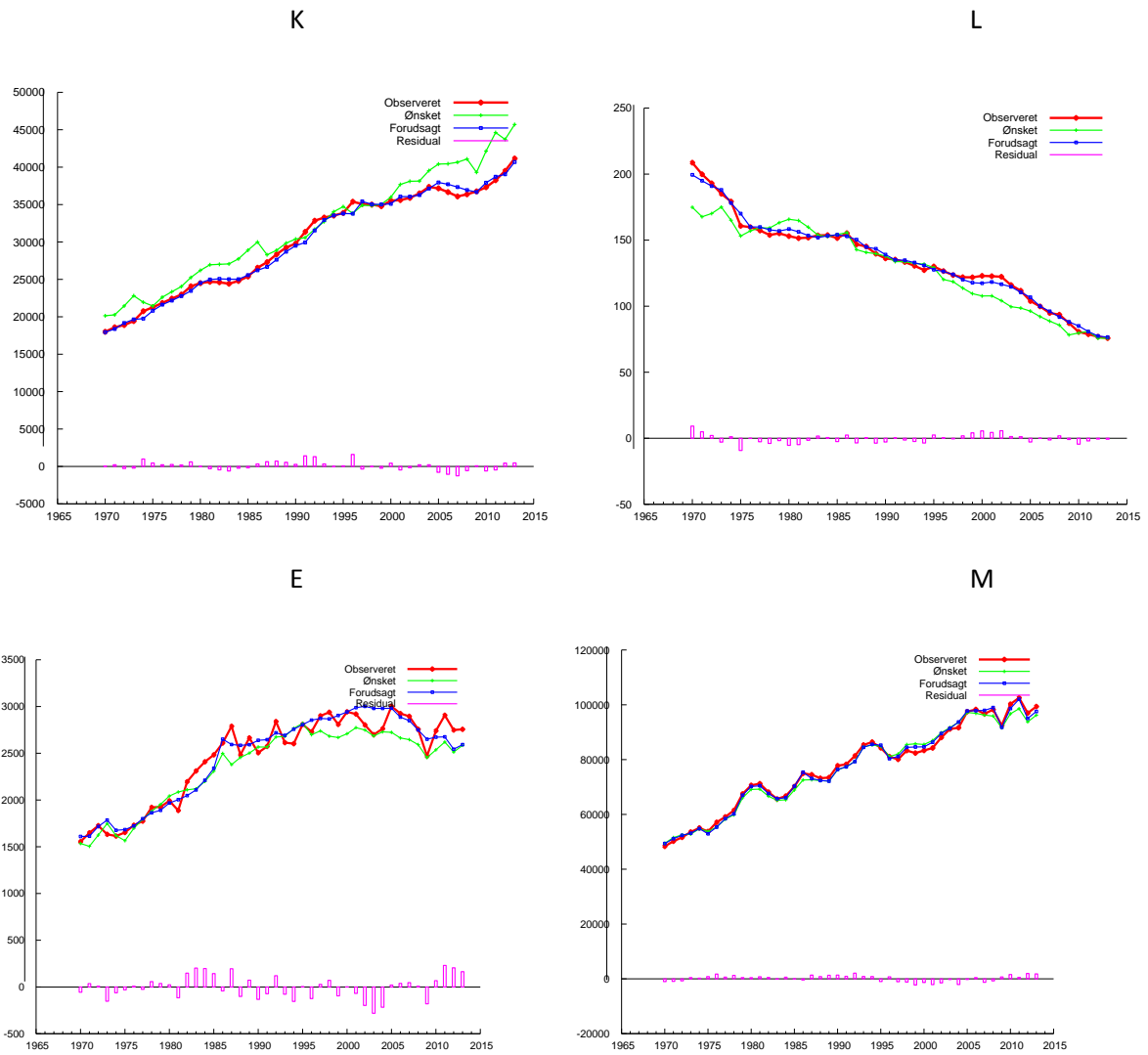
Effektivitetsvækstraterne ser rimelige ud, dog med relativt store stigninger i vækstraterne mht. L og E fra første til anden del af perioden. Totalfaktorproduktiviteten starter med at være ca. ½% for til sidst at gå næsten i nul.

Residualer og forklaringsgrad ser rimelige ud.

Figur 23. Næringsmidler (nf), effektivitetsvækst (% p.a.)



Figur 24. Næringsmidler (nf), forklaring



11.3 Fremstilling (nz)

Erhvervet nz ligner det aggregerede nx ret meget, og alle nestningsvarianter ser rimelige ud (på likelihoodværdi foretrækkes ((KE)L)M svagt for ((KL)E)M).

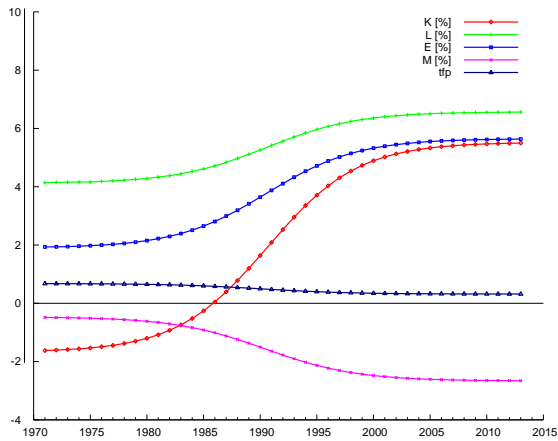
Der fås følgende elasticiteter i 2013:

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.41	-0.02	-0.02	0.45	σ_{KE}	= 0.35
<i>L</i>	-0.01	-0.45	0.00	0.45	σ_{KEL}	= 0.42
<i>E</i>	-0.05	-0.02	-0.38	0.45	σ_{KELM}	= 0.68
<i>M</i>	0.04	0.17	0.02	-0.23		

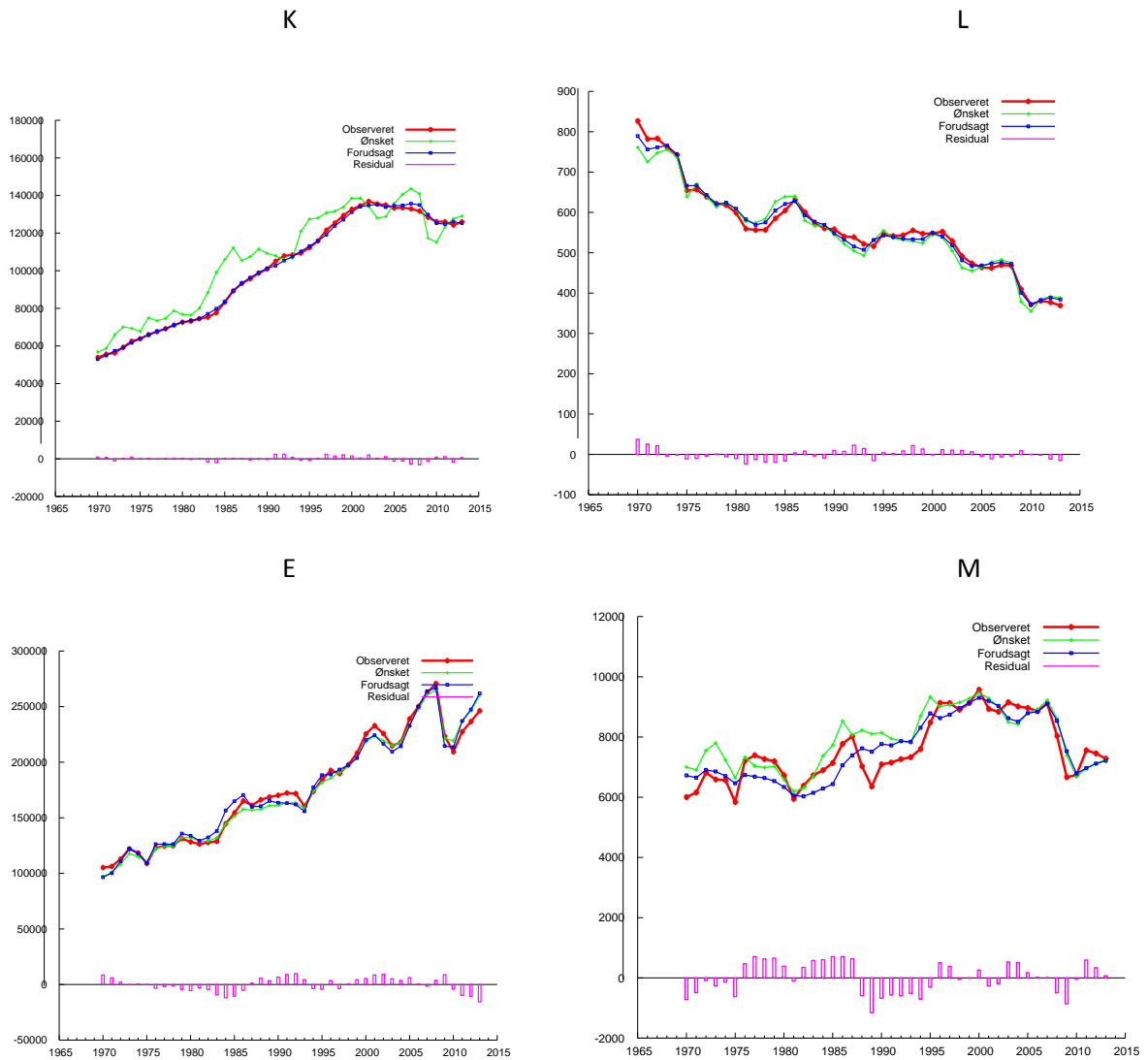
Som de ses, er elasticiteterne pænt store, og effektivitetsvækstraterne er præget af en stigning for K, L og E, mens M udviser et tilsvarende fald. I slutningen af perioden har K, L og E næsten samme effektivitetsvækstrater, så dér ser der ud til at ske et samlet skift fra K, L og E over mod M. Samlet er totalfaktorproduktiviteten beskeden, men positiv gennem hele perioden.

Forklaringsgraden og residualerne er rimeligt pæne, og ligningerne klarer finanskrisen uden synderlige problemer mht. residualer.

Figur 25. Fremstilling (nz), effektivitetsvækst (% p.a.)



Figur 26. Fremstilling (nz), forklaring



11.4 Byggeri (b)

Med ét logistisk trin giver byggeriet (b) giver kun rimelige resultater for ((KE)L)M-nestningen. Der fås følgende elasticiteter i 2013:

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.59	0.42	-0.33	0.50	σ_{KE}	= 0.13
<i>L</i>	0.05	-0.58	0.03	0.50	σ_{KEL}	= 1.00
<i>E</i>	-0.46	0.42	-0.46	0.50	σ_{KELM}	= 0.83
<i>M</i>	0.03	0.28	0.02	-0.33		

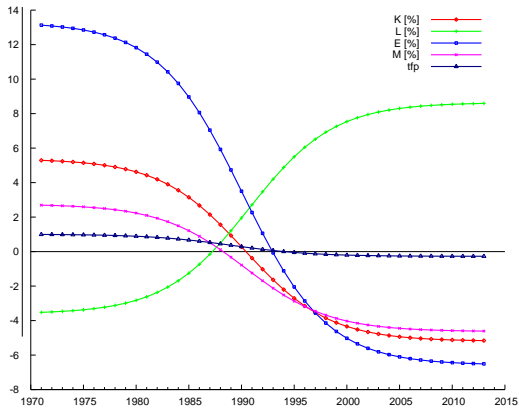
K og E substituerer ikke ret meget, mens der er stor substitution mellem KE og L samt mellem KEL og M.

Trendvækstraten ser lidt voldsom ud for E i starten af perioden, og der er også en kraftig ændring for L i løbet af perioden. I slutningen af perioden er trendvækstraterne for K, E og M næsten ens (og negative), så dér ser der ud til at ske et samlet skift væk fra L og over mod K, E og M. Der synes i hvert fald at være tale om tydelige arbejdskraftbesparende tekniske fremskridt. Den samlede totalfaktorproduktivitet bliver svagt negativ i slutningen af perioden.

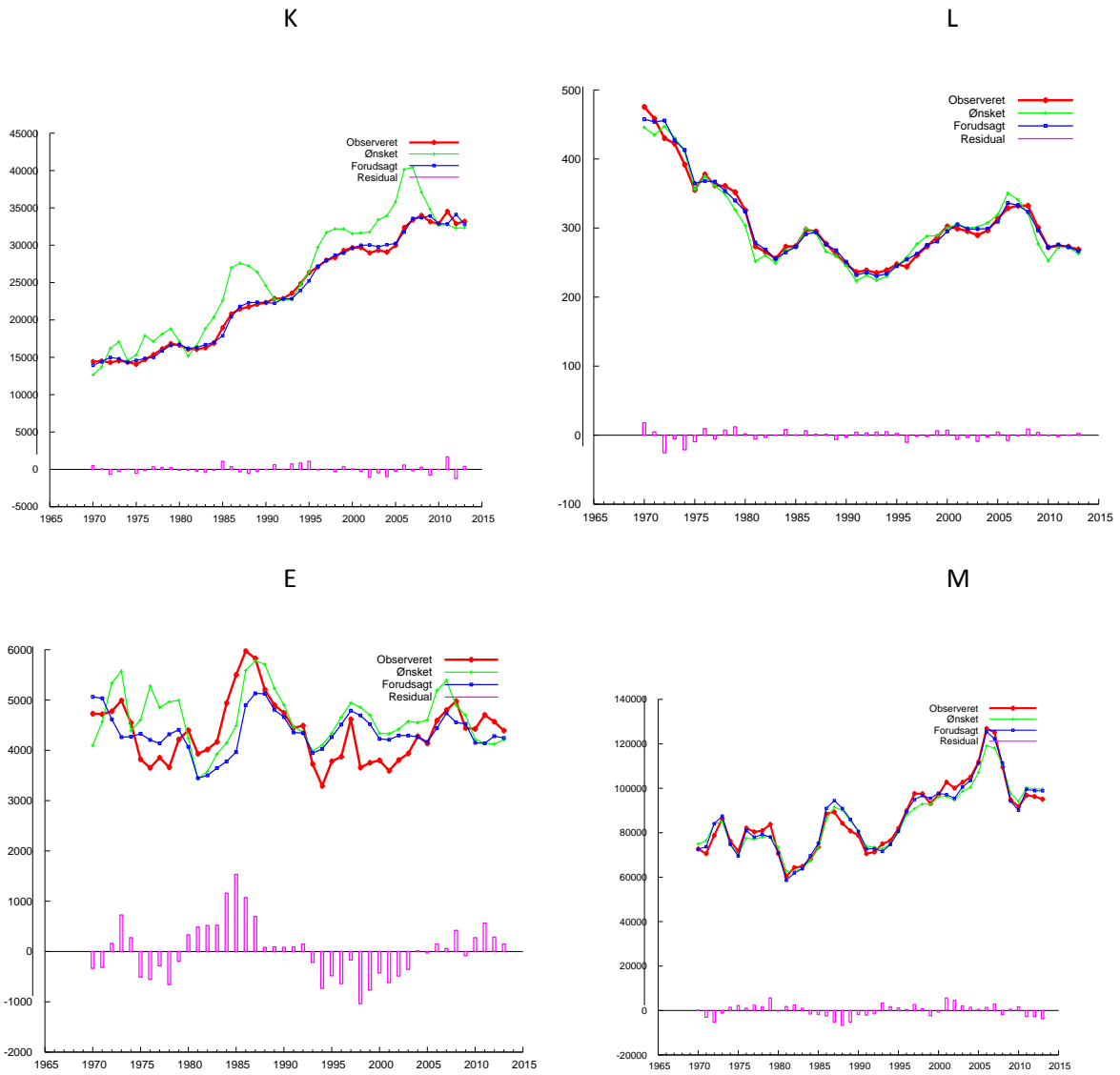
Det kunne evt. være en tanke værd at se på, om effektivitetsvækstraterne kunne bindes lidt, så de skiftede mindre voldsomt.

Forklaringsgraden er rimelig, dog med store residualer for E. I disse er der også en del autokorrelation.

Figur 27. Byggeri (b), effektivitetsvækst (% p.a.)



Figur 28. Byggeri (b), forklaring



11.5 Privat service (qz)

Erhvervet qz ligner det aggregerede qx ret meget, og som for qx foretrækkes også en ((KL)E)M-nestning frem for en ((KE)L)M-nestning. Der fås følgende elasticiteter i 2013:

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.56	0.24	-0.01	0.33	sigmaKL	= 0.61
<i>L</i>	0.05	-0.38	-0.01	0.33	sigmaKLE	= 0.19
<i>E</i>	-0.02	-0.11	-0.20	0.33	sigmaKLEM	= 0.67
<i>M</i>	0.06	0.26	0.02	-0.34		

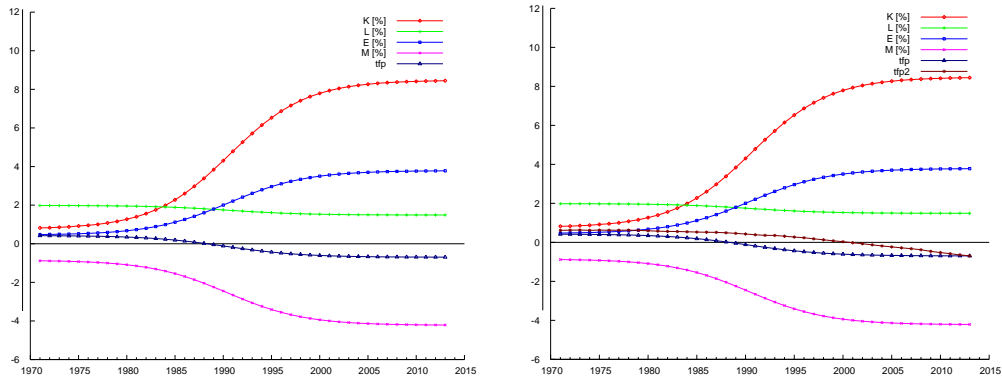
Der ses at være relativt stor substitution mellem K og L samt KLE og M, mens substitutionen mellem KL og E er mere beskedene ($\alpha = 0.19$).

Effektivitetsvæksten er noget præget af, at K-væksten stiger til næsten 8% p.a. mod slutningen af estimationsperioden, svarende til at der spares ret meget kapital, til gengæld for især større forbrug af materialer (hvor effektivitetsvækstraten er negativ). Denne K-effektivitetsudvikling er formentlig nødvendig for at forklare den store udfladning i kapitalapparatet fra 2009 og frem. Det er spørgsmålet, om der er en specifik finanskrisefækt på spil her, altså at man undlader at investere ret meget under finanskrisen?

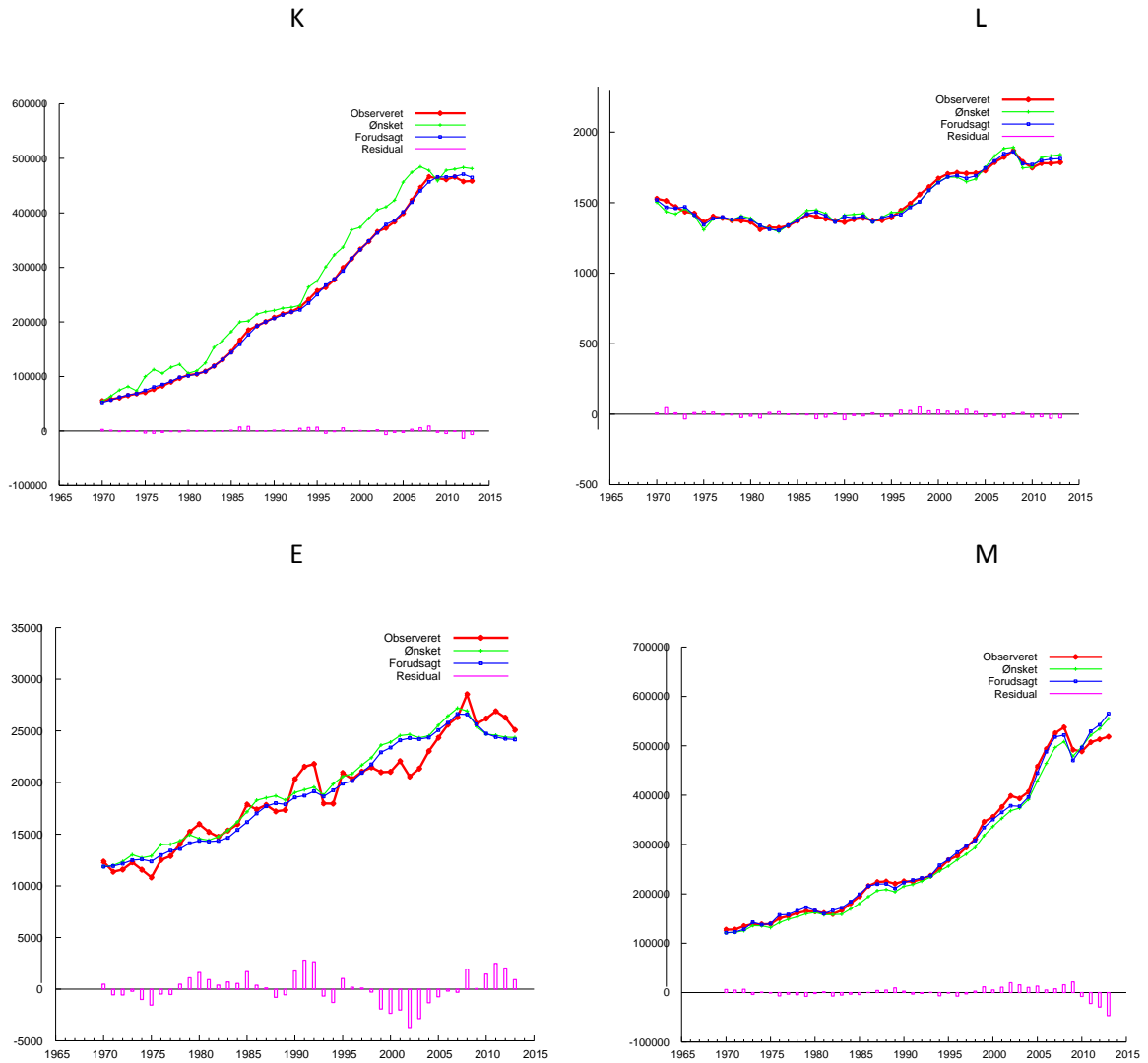
Samlet set falder totalfaktorproduktiviteten i slutningen af perioden, hvis den opgøres som et simpelt vægtet gennemsnit af de (ønskede) omkostningsandele i 2013. I den højre figur vises væksten totalfaktorproduktiviteten også med løbende (ønskede) omkostningsandele, og her bliver den kun faldende i de sidste år. Men alt i alt må man sige, at det ikke ser alt for godt ud med produktiviteten for qz-erhvervet.

Forklaringsgraden ser ok ud, dog skyder M-ligningen for højt i de sidste år i estimationsperioden.

Figur 29. Privat service (qz), effektivitetsvækst (% p.a.)



Figur 30. Privat service (qz), forklaring



11.6 Offentlig sektor (o)

Interessant nok kan offentlig sektor (o) estimeres, hvis der bruges ((KE)L)M-nestning. Nedenfor ses elasticiteter for 2013:

	PK	PL	PE	PM		
<i>K</i>	-0.44	-0.02	0.11	0.36	σ_{KL}	= 0.57
<i>L</i>	0.00	-0.35	0.00	0.36	σ_{KLE}	= 0.34
<i>E</i>	0.13	-0.02	-0.47	0.36	σ_{KLEM}	= 1.20
<i>M</i>	0.03	0.79	0.03	-0.85		

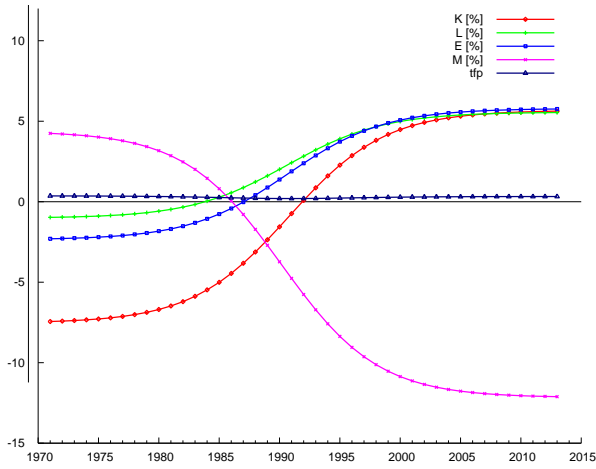
Der er ret store elasticiteter, og man kunne måske overveje at binde trendvækstraterne lidt. Der ser ud til at være et stort fald i materiale-effektiviteten i slutningen af estimationsperioden (svarende til et stigende materialeforbrug), kombineret med en stor substitutionselasticitet mellem KLE og M (med en $\sigma = 1.20$).

Mht. trender ses den samme tendens som også er set tidligere, nemlig at der alt andet lige spares K, L og E, til gengæld for større forbrug af M. Effektivitetsvæksten for M er under -10% p.a. i slutningen af perioden, hvilket måske er lidt voldsomt, men man skal huske, at de store elasticiteter afbøder effektivitetsindeksenes effekt på faktorforbrugene.¹⁷

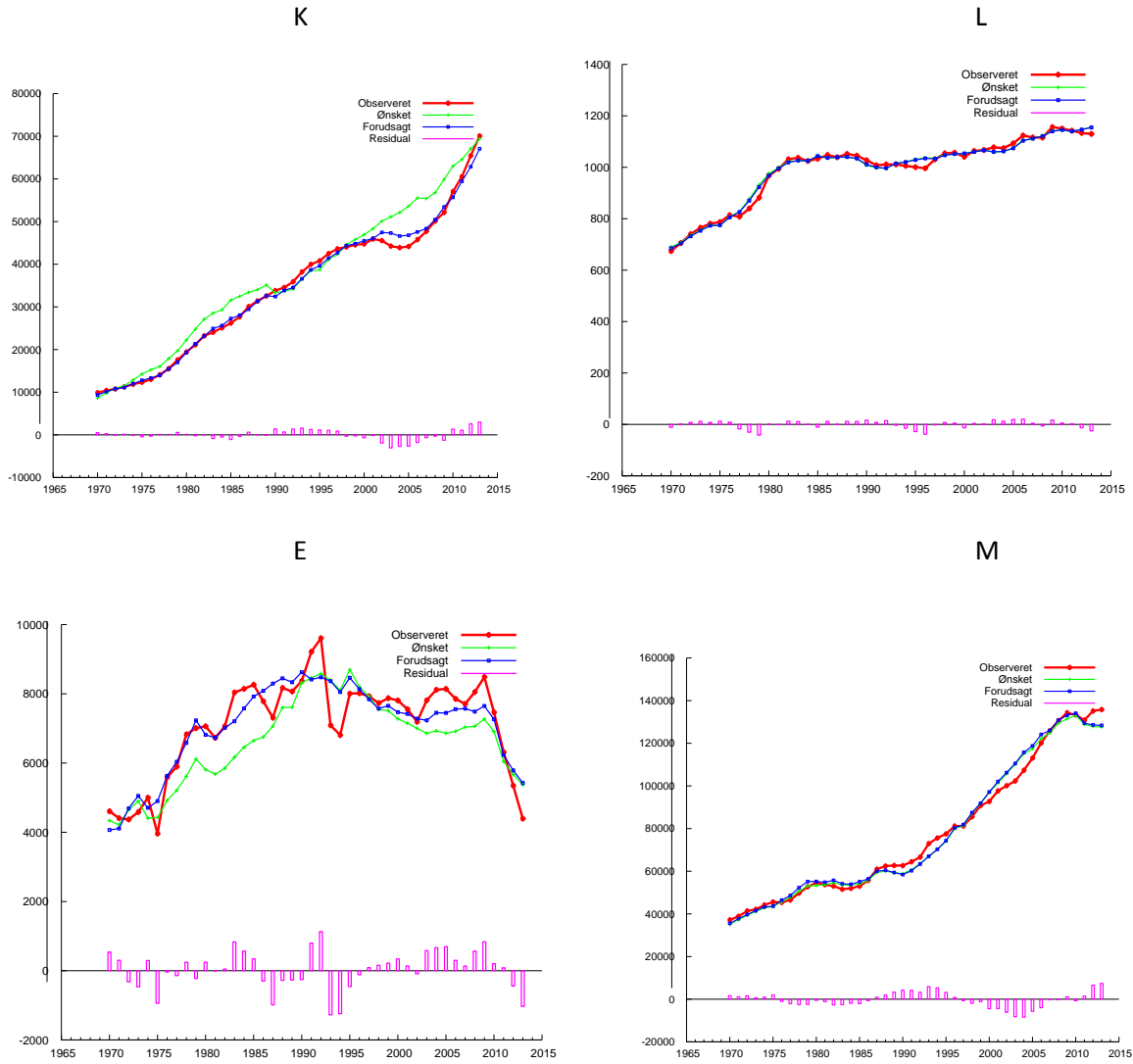
Forklaringsevnen ser ok ud, dog med noget autokorrelation for K og M, som nok kunne forbedres med et ekstra trappetrin i effektivitetsvækstraten.

¹⁷ I grænsetilfældet hvor substitutionselasticiteterne alle er 1 (svarende til en Cobb-Douglas-produktionsfunktion), vil effektivitetsindeksene ingen effekt have på faktorforbrugene.

Figur 31. Offentlig sektor (o), effektivitetsvækst



Figur 32. Offentlig sektor (o), forklaring



12. Konklusion og anbefaling mht. IntERACT

Ud fra estimationerne i dette papir synes det rimeligt at antage nestningsstrukturen ((KE)L)M, i kombination med en logistisk specifikation af effektivitetsvækstraterne. Med hensyn til nestningsstrukturen er det ikke sådan, at data utvetydigt peger på ((KE)L)M frem for ((KL)E)M, men der er en lille tendens til, at ((KE)L)M foretrækkes, måske bortset fra serviceerhverv.

Forfatterens holdning er, at selv hvis ((KE)L)M og ((KL)E)M var fuldstændigt estimationsmæssigt jævnbyrdige, ville forfatteren foretrække ((KE)L)M ud fra fortolkningsmæssige overvejelser. Den tidlige vækstlitteratur opererede kun med K og L som produktionsfaktorer, og tendensen med at parre disse to produktionsfaktorer i deres eget inderste nest har nok til dels haft denne historiske årsag. Men ((KE)L)M synes noget nemmere at fortolke, fordi energien kan opfattes som noget, man fylder på kapitalapparatet for at få dette til at virke.¹⁸ Så i analyseøjemed, hvor man f.eks. vil forsøge at energieffektivisere noget af kapitalapparatet, kan det være bekvemt at kunne operere med et samlet KE-aggregat, som giver mulighed for nemt at beregne KE-aggregatets samlede pris, mængde, effektivitet osv., fordi dette aggregeres så direkte i selve CES-funktionsformen. Derved bliver det lettere at tale om den samlede energitjeneste, og koblingen til f.eks. en model som TIMES burde også blive lettere, eftersom denne også tænker i energitjenester.¹⁹

¹⁸ Mht. opvarmingsenergi er denne tæt knyttet til bygninger, som dog ikke analyseres specifikt i dette notat.

¹⁹ Her skal det dog huskes, at i ADAM er K hele kapitalapparatet, og ikke kun den meget energiintensive del af dette (der findes selvfølgelig maskinkapital, som er meget værd, men ikke nødvendigvis særligt energiforbrugende).

I det følgende gives en oversigt over de substitutionselasticiteter, som det anbefales at lægge ind i de forskellige IntERACT-erhverv. Mht. disse erhverv, er disse mere disaggregerede end ADAMs og er ca. lige så disaggregerede som EMMA's erhverv. Så ADAM-erhvervet *nz* dækker i IntERACT over erhvervene kemisk industri, metalindustri, cement samt anden fremstilling, mens ADAM-erhvervet *qz* i IntERACT dækker over både handel og service samt anden privat service.

Tabel 12. Anbefalinger mht. substitutionselasticiteter i IntERACT

Erhverv	Kommentar	σ_{K-E}	σ_{KE-L}	σ_{KEL-M}
Landbrug, fiskeri mv.	Se afsnit 11.1	0.16	0.32	0.28
Næringsmidler mv.	Se afsnit 11.2	0.11	0.08	0.56
Kemisk industri	Se afsnit 11.3. Inderste σ sænket lidt, da den er lille i EMMA.	0.20	0.42	0.68
Metalindustri	Se afsnit 11.3	0.35	0.42	0.42
Cement mv.	Se afsnit 11.3	0.35	0.42	0.42
Anden fremstilling	Se afsnit 11.3	0.35	0.42	0.68
Handel og service	Tabel 10. Inderste σ sænket lidt, da den er lille i EMMA.	0.23	0.63	0.72
Anden privat service	Tabel 10. Inderste σ hævet lidt, da den er stor i EMMA.	0.63	0.63	0.72
Byggeri	Se afsnit 11.4	0.13	1.00	0.83
Offentlig service	Se afsnit 11.6	0.57	0.34	1.20

For handel og service og anden privat service, bruges ((KE)L)M-substitutionselasticiteterne, som de ses i Tabel 10 (dvs. 0.43/0.63/0.72 inderst til yderst), og ikke som de vises i afsnit 11.5. I afsnit 11.5 vises en ((KL)E)M-nestning, som giver substitutionselasticiteter på 0.61/0.19/0.67 inderst til yderst, men så ville dette erhverv få en anden nestningsstruktur end de andre erhverv. For *qz*-erhvervet er forskellen på de to nestningsstrukturer ikke ret stor mht. modelegenskaber.

For handel og service har der været en tendens til, at denne substitutionselasticitet er svær at estimere. Derfor sænkes den fra 0.43 til 0.23, mens den til gengæld hæves fra 0.43 til 0.63 for anden privat service. Derved bliver gennemsnittet af de to erhverv ca. 0.43, men de tillades at være forskellige mht. energisubstitution.

Appendiks 1. Detaljer om logistisk funktionsform

Man kan tage udgangspunkt i den 'rene' logistiske funktion:

$$z = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Denne funktion har værdi $z = 0.5$ for $x = 0$, og går mod 0 for x gående mod minus uendelig, og mod 1 for x gående mod plus uendelig. Funktionen er meget anvendt som indtrængningskurve, og bruges bl.a. også i neurale netværk mm. I dens standardform er funktionen ret rigid, men det er nemt at udvide den ved at transformere inputs og outputs lineært. Lad os således sige:

$$x = \beta_1(t - \beta_0)$$

$$y = \alpha_1 z + \alpha_0$$

Dette giver en mere fleksibel funktion $y = f(t)$:

$$y = \frac{\alpha_1}{1 + e^{-\beta_1(t - \beta_0)}} + \alpha_0$$

Denne funktion har vendetangent for perioden $t = \beta_0$, og mætningshastigheden afhænger af β_1 . Derudover er den nedre grænse for funktionen α_0 , og den øvre grænse er $\alpha_0 + \alpha_1$. Funktionen har en række specialtilfælde, f.eks. kan den antage konstant værdi ($\alpha_1 = 0$), eller emulere en vilkårlig lineær linje inden for et givet t -område (ved at gøre β_1 meget lille og α_1 tilsvarende stor). Endelig kan den også emulere en dummy, hvis β_1 gøres tilstrækkeligt stor. I så fald vil funktionen omkring perioden $t = \beta_0$ skifte vilkårligt hurtigt fra minimumsværdien (α_0) til maksimumværdien ($\alpha_0 + \alpha_1$).

Vi ønsker os således effektivitetsindeks, som ser ud på den måde i *vækstrater*. Hvordan ser funktionen så ud i niveau? Til dette formål skal den logistiske funktion integreres, og heldigvis er dette nemt (her uden α 'er og β 'er):

$$z = \log\left(\frac{1 + e^x}{2}\right)$$

Den arbitrære division med 2 er blot med her som en praktisk foranstaltning for at sikre, at funktionen bliver 0 for $x = 0$ (man kunne alternativt have brugt formen $\log(1+e^x) - \log(2)$). For denne funktion gælder det, at

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

Hvis den integrerede funktion skal passe med den udvidede logistiske funktion (med α 'er og β 'er), fås følgende:

$$y = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \log\left(\frac{1 + e^{\beta_1(t - \beta_0)}}{2}\right) + \alpha_0(t - \beta_0)$$

For denne gælder, at

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\alpha_1}{1 + e^{-\beta_1(t-\beta_0)}} + \alpha_0$$

Hvis β_1 er tilstrækkeligt stor, vil funktionen reducere til følgende:

$$y = \alpha_0(t - \beta_0), \quad t < \beta_0$$

$$y = (\alpha_0 + \alpha_1)(t - \beta_0), \quad t > \beta_0$$

Alt i alt ender vi altså op med følgende effektivitetsindeks (dt):

$$\log(dt) = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \log\left(\frac{1 + e^{\beta_1(t-\beta_0)}}{2}\right) + \alpha_0(t - \beta_0)$$

Værdien af dette effektivitetsindex dt for $t = \beta_0$ er 1 (da højresiden er 0 for $t = \beta_0$), men selve niveauet for indekset er ikke interessant. Så at det er 1 for $t = \beta_0$, kan betragtes som en arbitrær normalisering.

Ofte vil man gerne have, at effektivitetsindekset har værdien 1 i et bestemt år mod slutningen af estimationsperioden (f.eks. det sidste år, frem for ved vendetangenten). Hvis man f.eks. definerer t på en måde så det er 0 i slutåret, skal man blot bruge denne (hvor $f(0)$ er trukket fra):

$$y = f(t) = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \log\left(\frac{1 + e^{\beta_1(t-\beta_0)}}{2}\right) + \alpha_0(t - \beta_0) - \frac{\alpha_1}{\beta_1} \log\left(\frac{1 + e^{-\beta_0\beta_1}}{2}\right) + \alpha_0\beta_0$$

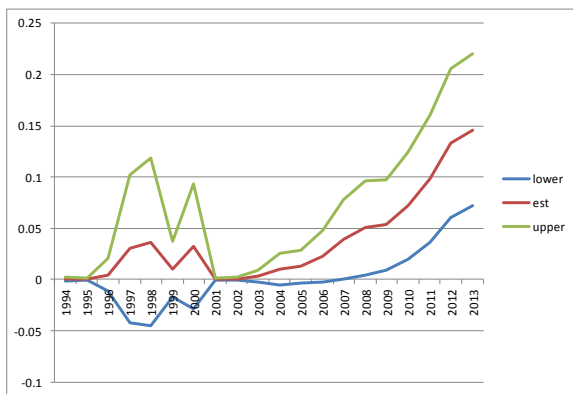
Hvis man ikke ønsker denne omparametrisering af t , kan man alternativt bare udskrive den ikke meget grimmere $y = f(t) - f(t_0)$, hvor t_0 er det år hvor y skal være 0 (hvilket vil sige, at effektivitetsindekset dt bliver 1, da det formuleres som $\log(dt) = y$).

Appendiks 2. Parameterstabilitet, substitutionsparametre

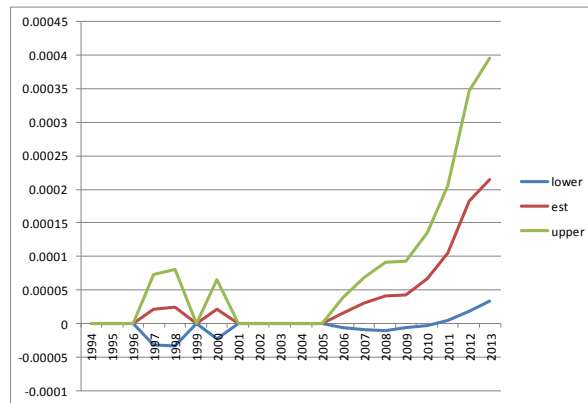
I dette appendiks vises parameterstabilitet vedrørende substitutionsparametre i GL-omkostningsfunktionen. Disse hedder $b_{i\{j\}}$, hvor f.eks. b_{23} er med til at bestemme substitutionen mellem faktor 2 og 3 i KLEM-funktionen (dvs. her substitutionen mellem L og E).

Først vises de diagonale parametre b_{11} - b_{44} .

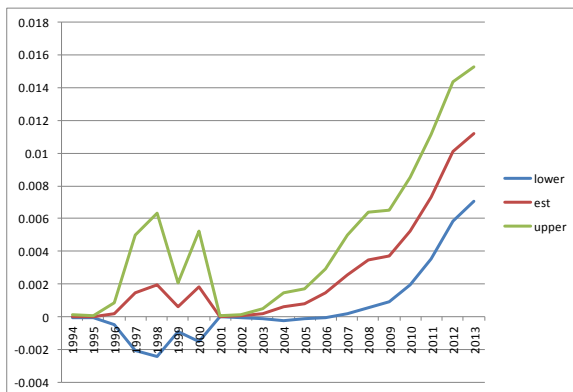
b11



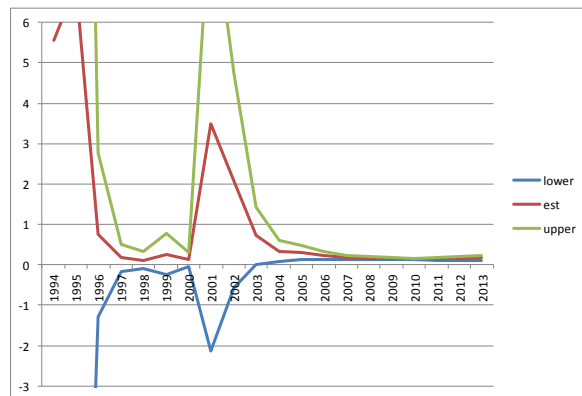
b22



b33



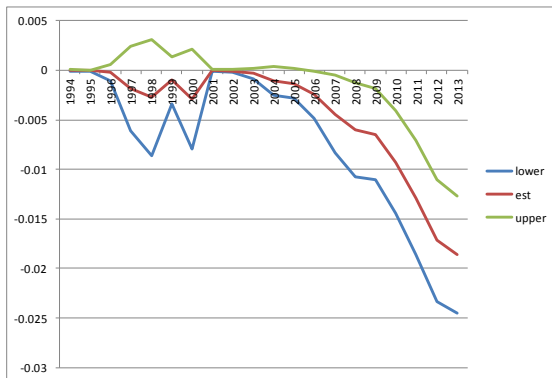
b44



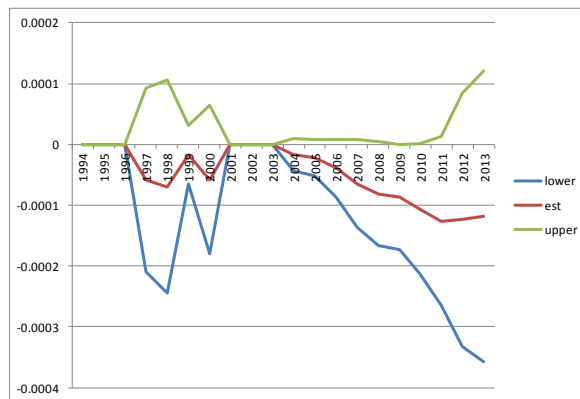
Det ses, at b_{11} - b_{33} har det med at vokse efterhånden som estimationsperioden udvides, og så sker der noget lidt mærkeligt med spredningen i årene 2001-3, hvor parameterestimatet er meget lille. Her bliver spredningen tilsvarende lille, svarende til en ret konstant t-værdi. Dette kan have noget at gøre med, at estimationsligningerne er ikke-lineære og at spredningen derfor approksimeres. Det omvendte billede ses for b_{44} i 2001-3, hvor spredningen pludselig stiger voldsomt.²⁰

²⁰ Der ser ikke ud til at være konvergensproblemer i disse år.

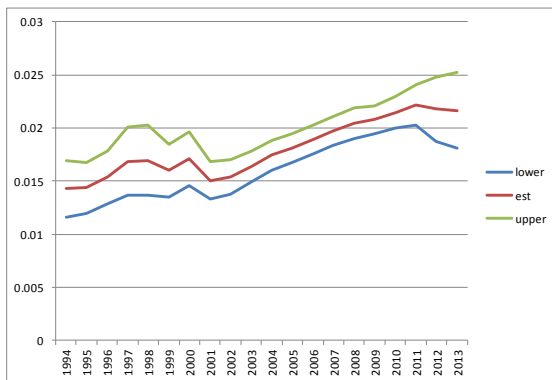
b13



b23



b34



Generelt kan man sige, at parametrene driver lidt de sidste 5-10 år, og så sker der nogle mærkelige ting i perioden 2001-3 og helt i starten af perioden, som nok har med skift mellem lokale maksima af likelihoodfunktionen at gøre.

Men alt i alt er der trods alt ikke tale om, at parametrene inden for de sidste 10 år skifter voldsomt og f.eks. skifter fortegn eller lignende.