IntERACT
MODEL

WORKING PAPER NO. 18

14. January 2019

Estimation af forbrugssystem til IntERACT

Abstract:

From an analysis on historical aggregate data, there are visible price effects concerning the choice between electrical appliances and other consumer goods, and between electricity and appliances. Some of the consumer goods seem to have income elasticities different from 1, and this is particularly visible because of the financial crisis of 2008-9. It is even possible to estimate both an income effect different from 1, and a trend effect, at the same time. A calibrated share form demand system is used for estimation purposes, making it possible to estimate a seven-goods nested CES demand system without too many convergence problems regarding the estimated parameters. Income effects are modeled via so-called minimal levels of goods (Stone-Geary), which are supported by the GAMS/MPSGE software. Trend effects are implemented via more ”normal” efficiency indexes, as known from the models ADAM, EMMA, etc. A preferred estimation is recommended for IntERACT (Tabel 4 page 21).

The work has been carried out by T-T Analyse (Thomas Thomsen).

Indhold

1 Forbrugssystem til IntERACT

Estimation af forbrugssystemer er generelt mere teknisk udfordrende end eksempelvis estimation af KLEM-faktorefterspørgsel, fordi de enkelte forbrugskomponenter afhænger af en uobservérbar nytte, fremfor f.eks. af en observerbar produktionsværdi (som tilfældet er for KLEM-efterspørgsler). Læg dertil, at nytteniveauet kun bør opfattes som værende ordinalt fremfor kardinalt, altså at selve niveauet for nytten ikke bærer nogen mening i sig selv og i bund og grund er arbitrært for et givet varebundt. Dette indebærer nogle faldgruber, men forfatteren mener dog, at man sagtens – og endda med fordel – kan anvende/genbruge de samme funktionsformer, som anvendes til f.eks. KLEM-faktorefterspørgsler.[1]

I notatet estimeres syv forbrugsgrupper som et samlet CES-system, men notatets egentlige fokus er husholdningernes elforbrug, herunder som en del af dette spørgsmål: købet af (og brugen af) husholdningsapparater.

En af komplikationerne ved forbrugssystemer er, at nytteniveauet skal fastsættes, så pengene så at sige bruges (dvs. at budgetrestriktionen er overholdt). Derved bliver nytten endogen i systemet og kommer til at afhænge af samtlige modellens parametre. I det følgende vil vi anvende en anden strategi, nemlig at approksimere nytteniveauet ud fra budgettet (budgetrestriktionen) divideret med et passende prisindeks. Dette vil vi kalde det samlede ”realforbrug”, og i de fleste tilfælde er dette en glimrende approksimation til den ”sande” nytte, og hele estimationsproblemet bliver meget mindre simultant.

Det er forfatterens vurdering, at den fejl, man begår med førnævnte approksimation er meget begrænset, men til gengæld vindes en større overskuelighed, og det bliver meget nemmere at genbruge de velkendte nestede CES-funktioner, som er praktiske i en CGE-sammenhæng.[2]

2 Generelt om forbrugssystemer

Estimation af forbrugssystemer lider generelt af den ulempe, at de ukompenserede efterspørgsler (Marshall-efterspørgsler) ofte ikke kan udledes analytisk ud fra en given nyttefunktion, med mindre denne er særligt simpel.

Vi kan forestille os følgende nyttefunktion (her med tre forbrugsvarer):

$$U = \mathrm{U}(C_1, C_2, C_3)$$

Der abstraheres indtil videre fra trender mv., og i dette notat vil vi fokusere på nestet CES. Det er velkendt, at faktorefterspørgselsfunktioner lader sig opskrive analytisk givet en bagvedliggende CES-produktionsfunktion, og derfor kan man naturligvis også opskrive de (matematisk) ækvivalente kompenserede forbrugsefterspørgsler som følger (igen med tre forbrugsgrupper):

---

[1] Jf. f.eks. IntERACT working paper nr. 17: “KLEM-estimationer 1968-2013”, 22. april 2015, https://ens.dk/sites/ens.dk/files/Analyser/wp17_-_klem-estimationer_1968-2013.pdf .

[2] I litteraturen vil man ofte forsøge at estimere en fleksibel funktionsform som f.eks. AIDS eller lignende, men også AIDS har sine problemer med definitionen af et implicit prisindeks i denne, og hvis man skal pålægge separabilitetsrestriktioner i et system som AIDS, bliver der hurtigt et stort bogholderi af parameterrestriktioner – så stort, at man kan spørge sig selv, om man egl. ikke burde estimere den nestede CES direkte? Det er netop dette spørgsmål, som nærværende notat adresserer.

$C_1 = \mathrm{C}_1(U, P_1, P_2, P_3)$

$C_2 = \mathrm{C}_2(U, P_1, P_2, P_3)$

$C_3 = \mathrm{C}_3(U, P_1, P_2, P_3)$

Altså afhænger de tre forbrug af nytten, U, og de tre forbrugerpriser, P_1, P_2, P_3. I et faktorefterspørgselssystem ville U være givet, da variablen ville udtrykke produktionsniveauet, men her er der tale om en uobservérbar nytte. I forbrugssystemer kan man så bestemme U implicit ud fra budgetbetingelsen, som siger at budgettet M bruges på følgende måde::

$$M = P_1C_1 + P_2C_2 + P_3C_3$$

eller ækvivalent ved indsættelse:

$$M = P_1 \cdot \mathrm{C}_1(U, P_1, P_2, P_3) + P_2 \cdot \mathrm{C}_2(U, P_1, P_2, P_3) + P_3 \cdot \mathrm{C}_3(U, P_1, P_2, P_3)$$

hvor funktionerne $\mathrm{C}_1()$, $\mathrm{C}_2()$ og $\mathrm{C}_3()$ er som vist ovenfor. Dette kan konsolideres til følgende udgiftsfunktion (også kaldet omkostningsfunktion):

$$M = \mathrm{M}(U, P_1, P_2, P_3)$$

For givne priser vil der altså være et nytteniveau givet fra denne relation, som får budgetrestriktionen til at stemme. Udgiftsfunktionen er dual til nyttefunktionen, dvs. indeholder den samme information, blot repræsenteret på en anden måde.

Man kan så definere gennemsnitsomkostningerne[3] på følgende måde:

$$M/U = \mathrm{M}(U, P_1, P_2, P_3)/U$$

For at forstå dette bedre, kan man anskue specialtilfældet, hvor $\mathrm{M}()$ er homogen af første grad i U, dvs. at man kan skrive $\mathrm{M}(U, P_1, P_2, P_3) = U \cdot \mathrm{M}(1, P_1, P_2, P_3)$. Derved fås følgende:

$$M/U = \mathrm{M}(1, P_1, P_2, P_3) = \mathrm{AC}(P_1, P_2, P_3)$$

hvor AC() er nytte-uafhængige gennemsnitsomkostninger, hvilket også kan opfattes som et aggregeret prisindeks, som aggregerer de tre indgående priser. Heraf følger, at nytten givet antagelsen om homogenitet mht. U kan skrives som:

$$U = M/\mathrm{AC}(P_1, P_2, P_3)$$

Altså at man tager budgettet (omkostningen) M og deflaterer den med det aggregerede prisindeks $\mathrm{AC}()$. Hvis man her ikke har det sande CES-prisindeks, kan det f.eks. konstrueres ud fra Laspeyres-kædeindeks på forbrugene, hvorved man får en udmærket proxy for prisen på nytten, U. Selv med ikke-homotetiske præferencer er førnævnte proxy stadig ganske god i praksis. Der skal i praksis være et virkeligt stort bias i forbrugenes afhængighed af U, førend AC bliver forskellig fra det sande prisindeks i en grad, så det vil være synligt i en estimation.[4]

Vi kan kalde den approksimerede nytte $M/\mathrm{AC}()$ for $\widetilde{U}$, hvilket resulterer i følgende system:

$C_1 = \mathrm{C}_1(\widetilde{U}, P_1, P_2, P_3)$

---

[3] Dvs. matematisk set omkostningerne pr. nytteenhed, hvor vi ikke her hænger os i, at nytteniveauet er en noget abstrakt størrelse.

[4] Jf. f.eks. notatet *Bias-corrected Törnqvist indices* for en teoretisk og empirisk gennemgang af dette: http://dst.dk/ext/adam/TTH15107--pdf (se f.eks. figur 3).

$C_2 = \mathrm{C}_2(\widetilde{U}, P_1, P_2, P_3)$

$C_3 = \mathrm{C}_3(\widetilde{U}, P_1, P_2, P_3)$

I resten af papiret vil vi ofte omtalte $\widetilde{U}$ som ”realforbruget”, da udgifterne divideret med et prisindeks jo netop udtrykker det reale forbrug (en anden mulig benævnelse ville være ”realindkomsten”, men her er der en potentiel komplikation mht. hvorvidt noget af indkomsten spares op).

I et sådant approksimeret system er der ingen garanti for, at udgifterne til de tre forbrug summer nøjagtigt op til budgettet, M. Dette er i kontrast til det ”sande” forbrugssystem (med U i stedet $\widetilde{U}$), hvor U netop sættes til den størrelse, som får $M = P_1C_1 + P_2C_2 + P_3C_3$ til at stemme, hvorved man får den optimale nytte givet budgetbetingelsen M. Når der i stedet bruges $\widetilde{U}$, er der som nævnt ingen garanti for, at udgifterne stemmer med budgettet M, men der er to ting, som er værd at erindre i den forbindelse:

1. Da der foretages en økonometrisk estimation, vil estimationsalgoritmen naturligt tendere mod at ramme tæt på de observerede C_1-C_3 og dermed den observerede M.
2. Selv i en model, hvor man som aggregeret prisindeks bruger det ”sande” CES-prisindeks, vil der stadigvæk være stokastiske restled som gør, at det observerede budget M ikke rammes år for år (med mindre man gør restleddene til en integreret del af optimeringsproblemet). Derfor vil der også i den ”sande” model være brug for en efterfølgende korrektion. Problemet bliver endnu større, hvis der bruges en fejlkorrektionsmodel.[5]

Den efterfølgende korrektion kan bare være følgende simple metode: hvis $\tilde{C}_1$-$\tilde{C}_3$ er de estimerede/forudsagte forbrug, udregnes de estimerede budgetandele som f.eks. $\tilde{s}_1 = P_1\tilde{C}_1/(P_1\tilde{C}_1 + P_2\tilde{C}_2 + P_3\tilde{C}_3)$, og disse estimerede budgetandele ganges derefter på det faktiske budget (*M*). Derved fås vha. en simpel proportionaljustering, at udgifterne stemmer.

Til brug i IntERACT droppes denne proportionaljustering, da IntERACTs MPSGE-formulering implicit holder styr på det sande CES-prisindeks. I stedet tjekkes det, at elasticiteterne i de estimerede ligninger stemmer (rimeligt præcist) med MPSGE-udgavens egenskaber, hvilket er tilfældet.[6]

Da MPSGE håndterer nestet CES (eventuelt med Stone-Geary-minimumsforbrug), er det naturligt at forsøge at estimere et tilsvarende system til IntERACT. Mht. estimation af nestet CES har det historisk været vurderingen, at dette er vanskeligt, fordi kompenserede CES-efterspørgselsfunktioner er ret ikke-lineære. Derfor støder man ind i startværdiproblemer i en iterativ optimeringsalgoritme (FIML), og skaleringen af mængder og værdier (og parametre) bliver hurtigt et delproblem i sig selv. Af den grund ses det sjældent, at eksempelvis KLEM-

[5] I en fejlkorrektionsmodel er det kun de langsigtede/ønskede forbrug, som antages at følge CES-funktioner. De kortsigtede forbrug vil tilpasse sig mod de langsigtede, men med mindre der formuleres en såkaldt tredjegenerationsmodel (hvor også kortsigtstilpasningen er optimal givet nyttefunktionen), vil udgifterne til de kortsigtede forbrug ikke stemme fuldstændigt med budgettet.

[6] Det etimerede system kan aftestes i GAMS/MPSGE, bl.a. for at afdække, om approksimationen af nytten giver anledning til afvigelser, i forhold til et system, hvor nytteniveauet bestemmes endogent. I MPSGE foretages eksperimentet ved at pålægge en afgift på varerne én for en, hvilket (fordi afgiftsprovenuet tilbageføres lump sum) svarer til, at forbrugeren kompenseres for prisstigningen (altså at resultaterne svarer til kompenserede efterspørgselsfunktioner). Dette er aftestet og ser fint ud. Det er også et godt test af, at brug af realforbruget som proxy for nytten er ok.

faktorefterspørgsel estimeres som en firefaktor nestet CES i ét system, og forfatteren er ikke bekendt med, at nogen i forbrugssystemer har forsøgt at estimere f.eks. et syv-vare nestet CES-forbrugssystem som ét optimeringsproblem.

Her kommer MPSGE-tankegangen imidlertid til undsætning, idet man med fordel kan bruge MPSGE-formuleringens såkaldte calibrated share form (CSF) også i estimationsalgoritmen. Med brug af CSF kan et givet datapunkt reproduceres fuldstændigt. Hvis man eksempelvis vælger sidste estimationsår (i dette konkrete tilfælde: 2014), kan man altså i CSF-systemet sætte kalibreringsparametrene, så de enkelte forbrugsvarer rammes præcist i dette år. Dette år (datapunkt) vil rammes for vilkårlige substitutionselasticiteter, og hvis man eksempelvis starter med at sige, at alle substitutionselasticiteter (σ'er) er lig nul, vil man få et historisk forløb for de tre forbrug, men CSF-formuleringen sikrer, at de tre forbrug rammer de observerede i 2014. Hvis man så vælger nogle andre σ'er, vil der blive nogle andre historiske forløb for de tre forbrug, men de tre forbrug rammer stadigvæk de observerede størrelser i 2014. Denne egenskab er meget vigtig, for det indebærer, at man kan afkoble niveau-kalibreringen fra priseffekterne (σ'erne). I den mere almindelige måde at formulere nestet CES på, er der ikke denne egenskab indbygget, og ændringer i σ'erne kræver modkorrektioner i andre parametre, alene for at få niveauerne til at passe. Det er sådanne modkorrektioner, som gør livet vanskeligt for en iterativ estimationsalgoritme, da der derved findes nogle implicitte bånd mellem (dvs. korrelationer mellem) parametrene.

Med CSF-formuleringen er det muligt at estimere et syv-vare nestet forbrugssystem som ét samlet system, og CSF-formuleringen gør, at dette foregår på en robust måde. De konkrete ligninger er beskrevet nærmere i Appendix D.

2.1 Indkomsteffekter, Stone-Geary

Den almindelige nestede CES-funktion har den svaghed, at indkomstelasticiteterne alle er 1, eftersom funktionerne er homogene af første grad i nyttenivauet. Dette kan udbedres på forskellige måder, hvoraf én af dem er den såkaldte Stone-Geary-formulering, som understøttes af GAMS/MPSGE. Formuleringen tager udgangspunkt i ideen om, at der til hver forbrugskomponent C_i er tilknyttet et minimumsforbrug γ_i, som ikke giver nytte. Eksempelvis kunne man forestille sig nyttefunktionen $U = \mathrm{U}(C_1 - \gamma_1, C_2 - \gamma_2, C_3 - \gamma_3)$, med tre minimumsforbrug. Hvis minimumsforbruget er positivt, bliver indkomstelasticiteten mindre end 1 (såkaldte nødvendighedsgoder), og hvis minimumsforbruget er negativt, bliver indkomstelasticiteten større end 1 (såkaldte luksusgoder).

Stone-Geary er nemt at tilsætte til et givet system af kompenserede efterspørgsler. Man tager blot udgiftsfunktionen (omkostningsfunktionen) og tilsætter følgende γ-led (her igen for tre varer):

$$M = \mathrm{M}(U, P_1, P_2, P_3) + \gamma_1 P_1 + \gamma_2 P_2 + \gamma_3 P_3$$

En udgiftsfunktion skal være homogen i første grad mht. priserne, og det er ovenstående udgiftsfunktion også: hvis alle priserne stiger med 1%, vil M() stige med 1% (det er indbygget i CES-funktionen), og de tre γ-led vil også stige med 1%. Nu kan vi så bruge Shepard's lemma til at udlede de kompenserede efterspørgsler. Altså differentieres *M*-ligningen skiftevis med P_1, P_2 hhv. P_3, dvs.:

$$C_1 = \mathrm{C}_1(U, P_1, P_2, P_3) + \gamma_1$$

$$C_2 = \mathrm{C}_2(U, P_1, P_2, P_3) + \gamma_2$$

$C_3 = \mathrm{C}_3(U, P_1, P_2, P_3) + \gamma_3$

hvor $\mathrm{C}_1()$, $\mathrm{C}_2()$ og $\mathrm{C}_3()$ er de samme kompenserede CES-efterspørgselsfunktioner, som er brugt tidligere. Inddragelsen af Shepard's lemma her er blot for at vise, at enhver form for system af kompenserede efterspørgsler kan udbygges med indkomsteffekter vha. sådanne simple additive led, så det er ikke noget, der gælder specielt for CES-funktioner. Det bemærkes i ligningssystemet, at der selv hvis der er homogenitet mht. U i efterspørgselsfunktionerne ikke længere gælder (med mindre $\gamma_i = 0$), at forbrugene vil stige med 1%, når U stiger med 1%. Dette skyldes "dødvægtene" γ_1-γ_3, hvor som nævnt tidligere gælder, at disse godt kan være negative.[7]

Så langt så godt: det er ovenfor blevet anskueliggjort, at det er nemt at tilsætte Stone-Geary-indkomsteffekter til et givet system af kompenserede vareefterspørgsler. Der opstår dog en komplikation i forbindelse med den nestede CES-nyttefunktion, nemlig at minimumsforbrugene bryder med en fundamental implicit antagelse vedr. denne nyttefunktion: at der i hvert nest i nyttefunktionen (jf. evt. den senere Figur 6 side 14) gælder, at nestet er homotetisk separabelt. Dette er en nødvendig betingelse for, at man rent begrebsligt kan forestille sig, at et aggregat (f.eks. elapparater) er et slags fysisk/datamæssigt aggregat af sine bestanddele (el og apparater), svarende til, at man (hvis man kendte substitutionselasticiteten mellem el og apparater) kunne præ-aggregere dette nest og estimere på elapparaterne som én variabel, fremfor på el og apparater særskilt (og få det samme). Dette kræver dog, at der er den samme grad af homotecitet i den kompenserede efterspørgsel efter el og apparater, eller sagt på en anden måde: at indkomsteffekterne for de to komponeter er ens. Hvis der ikke er det, vil der ikke gælde, at f.eks. prisen på biler eller benzin ikke påvirker forholdet mellem el og apparater, og der vil tilsvarende heller ikke gælde, at en 1% stigning i realforbruget vil give sig udslag i, at el og apparater stiger med samme antal procent (dvs. at deres indbyrdes forhold er uforandret).

Derfor kan man sige, at Stone-Geary-formuleringen i sin umiddelbare form bryder med muligheden for, at man kan fortolke de enkelte nest som en slags aggregerede varebundter, som man kan ræsonnere om, som om de næsten var fysiske varer som blev solgt på et marked.

For at undgå dette problem, i hvert fald i et enkelt år (f.eks. sidste estimationsår, 2014), kan man vælge at sætte γ_i-erne på en måde, så homoteciteten bevares i de nests, hvor det skønnes relevant. Det kan f.eks. være mellem biler og benzin hhv. mellem el og apparater.

For en given kompenseret efterspørgsel (hvor $\mathrm{C}_i()$ er homogen af første grad i U)

$C_i = \mathrm{C}_i(U, P_1, \dots, P_n) + \gamma_i$

vil der gælde, at indkomstelasticiteten (effekten fra U over på C_i) kan udtrykkes som φ_i, hvor φ_i er givet som følger:[8]

$\varphi_i = 1 - \gamma_i / C_i$

[7] I et system, hvor der bruges $\widetilde{U}$ til at estimere på, vil disse minimumsforbrug naturligt indstille sig, så nogle er negative og andre positive. Hvis alle minimumsforbrugene var f.eks. positive, ville en 1% stigning i $\widetilde{U}$ indebære, at alle forbrugene – og dermed også udgifterne – ville stige med mindre end 1%. Noget sådant ville ikke give noget godt økonometrisk fit på data.

[8] Mht. Stone-Geary, indkomstelasticiteter mv., se også IntERACT working paper nr. 19: "Forenklet CGE-model til fortolkning af cost-benefit-beregninger, version 1", 14/1 2019, kapitel 14, https://ens.dk/sites/ens.dk/files/Analyser/wp19_interact_simple_cge_version1.pdf .

For $\gamma_i = 0$ er $\varphi_i = 1$, men ellers vil indkomstelasticiteten afhænge af γ_i. Eksempelvis går indkomstelasticiteten mod nul, hvis γ_i ligger tæt på C_i. Hvis vi så f.eks. ønsker, at vare 1 og 2 har samme indkomstelasticitet, svarer det til $\varphi_1 = \varphi_2$, dvs.

$$1 - \gamma_1/C_1 = 1 - \gamma_2/C_2$$

eller

$$\gamma_1/C_1 = \gamma_2/C_2$$

Denne restriktion kan sættes for et givet år (f.eks. 2014), hvorved indkomsteffekterne bliver ens i dette år, og dermed kan f.eks. biler + benzin eller apparater + el fortolkes som egentlige aggregater (i hvert fald i dette år).[9] Denne restriktion synes at være rimelig at lægge på biler + benzin hhv. apparater + el, ud fra en betragtning om, at det ville være lidt mærkeligt, at indkomsten/nytteniveauet skulle kunne forvride forholdene mellem disse indbyrdes par.

Det skal i øvrigt nævnes, at efterhånden som $\widetilde{U}$ bliver større og større i en fremskrivning, vil indkomstelasticiteterne alle gå mod 1, da dødvægtene (minimumsforbrugene) vil betyde mindre og mindre. I den forstand kan man sige, at systemet automatisk udfaser indkomsteffekterne i lange fremskrivninger.

2.2 Alternativ formulering af indkomsteffekter

Det er muligt at formulere indkomsteffekter på mange måder, men én af dem skal nævnes her, da den ligesom for Stone-Geary-formuleringen kan tilsættes på en nem måde i et hvilket som helst forbrugssystem. Ideen er at bruge effektivitetsindeks, som i parentes bemærket typisk benyttes til at introducere trendmæssige effekter. Hvis der eksempelvis er tre varer, kan tre effektivitetsindeksene e_1, e_2 og e_3 tilsættes på følgende måde (kompenserede efterspørgsler):

$$C_1 = 1/e_1 \cdot \mathrm{C}_1(U, P_1/e_1, P_2/e_2, P_3/e_3)$$

$$C_2 = 1/e_2 \cdot \mathrm{C}_2(U, P_1/e_1, P_2/e_2, P_3/e_3)$$

$$C_3 = 1/e_3 \cdot \mathrm{C}_3(U, P_1/e_1, P_2/e_2, P_3/e_3)$$

Ideen er sådan set enkel nok: hvis e_1 i den første ligning ganges over på venstresiden står der, at det effektivitetskorrigerede forbrug e_1C_1 afhænger af nytten samt de effektivitetskorrigerede priser, P_i/e_i. I dette system, vil vi som nævnt tidligere ofte erstatte U med $\widetilde{U}$, altså realforbruget formuleret som udgifterne divideret med et passende prisindeks. Man kan nu lade disse "nytteeffektiviteter" være afhængige af U og/eller tiden t.[10] Det vil sige eksempelvis:

$$\log(e_i) = \varphi_i \log(U) + \omega_i\, t$$

---

[9] Problemet opstår så at sige, fordi man implicit forestiller sig at omskrive nyttefunktionen $U = \mathrm{CES}(\mathrm{CES}(C_1, C_2), C_3)$ til denne funktion: $U = \mathrm{CES}(\mathrm{CES}(C_1 - \gamma_1, C_2 - \gamma_2), C_3 - \gamma_3)$. Alternativet til den formulering ville være at sige, at der knytter sig et minimumsforbrug til *aggregatet* af vare 1 og 2 (og ikke til vare 1 og 2 i sig selv), svarende til denne: $U = \mathrm{CES}(\mathrm{CES}(C_1, C_2) - \gamma_{12}, C_3 - \gamma_3)$. I denne formulering ville C_1 og C_2 følges ad mht. indkomsteffekter, men de resulterende efterspørgselsfunktioner ville være mere komplekse og ville ikke umiddelbart have analoger i GAMS/MPSGE.

[10] At de kan kaldes nytteeffektiviteter skyldes, at de indgår i nyttefunktionen på følgende måde: $U = \mathrm{U}(e_1C_1, e_2C_2, e_3C_3)$, altså at de influerer på, hvordan forbrugene bestemmer nytten.

Det kan måske virke underligt at lade effektiviteten afhænge af nytten, men det er ikke mere underligt end, at man i en KLEM-faktorefterspørgselssystem kan lade effektiviteten afhænge af produktionsniveauet, hvorved man f.eks. kan få U-formede gennemsnitsomkostninger (gennemsnitsomkostningerne som funktion af produktionsniveauet). At tiden påvirker effektiviteten, skal egl. bare fortolkes som, at præferencerne skifter over tid. Hvis effektiviteten falder for en given vare, er det udtryk for, at den ”yder” mindre nyttemæssigt, og at man derfor skal bruge mere af den, for at tilfredsstille sine behov.[11] Hvis én effektivitet falder, vil det i et forbrugssystem være naturligt at forvente, at en eller flere af de andre stiger, sådan at effektiviteterne udelukkende udtrykker skift mellem varer, hvilket også kaldes ”bias” i indkomst- eller trendeffekterne. Vi vil ikke i dette notat forfølge effektivitetstankegangen yderligere når det kommer til indkomsteffekter, men blot nævnte at indkomsteffekter via effektiviteter er relativt nemt at implementere i f.eks. en nestet CES-efterspørgselssystem.[12]

3 Et kig på data

Før vi går i gang med estimationer af et fuldt nestet CES-system med syv varegrupper, kan det være på sin plads at se lidt på data med simplere analysemetoder (herunder rent grafisk inspektion), for at få nogle ideer om, hvilke effekter der synes at være på spil.

Der estimeres på tal, som er hentet fra Danmarks Statistiks i-o-matricer, som pt. findes (i endelig udgave) frem til og med 2014. Der aggregeres til følgende typer, jf. også Appendiks B (bolig-kategorierne *housng* og *heatng* er ikke vist):

Kode og nummer	Beskrivelse	Udgift i 2012 (mio kr)
7. transp1	benzin	26.794
6. transp2	biler	68.433
5. elcapp2	elapparater	24.918
4. elcapp1	el	22.709
3. foodbv	fødevarer	134.629
2. stdgds	andre varer	132.796
1. prvsrv	privat service	236.445

Elapparaterne har som investeringer (investeringsstrøm) en udgift på 27.295 mio. kr i 2012. Der vises tal for 2012, da det er det år, IntERACT er kalibreret til.

Det skal nævnes, at biler og elapparater her er lavet som kapitalapparater, dvs. at udgifterne i 2012 ikke svarer nøjagtigt til de løbende (investerings-)udgifter. Derudover skal det nævnes, at elforbruget tages fra Energibalancerne, da disse tal er en del mere præcise og har mindre udsving end elforbruget fra i-o-matricerne.[13]

[11] Med mindre der er meget stor substitution, hvilket godt kan indebære, at et effektivitetsfald også får den kompenserede efterspørgsel til at falde.

[12] Man kan evt. læse mere om sådanne nytteeffektiviteter i papiret *Nytteeffektiviteter og ikke-homotetiske forbrugssystemer,* http://dst.dk/ext/adam/TTH11907--pdf. Mere generelt om effektiviteter i sådanne systemer kan læses i ADAM-bogen (http://dst.dk/Site/Dst/Udgivelser/GetPubFile.aspx?id=17987&sid=adam), kapitel 6. For en mere teknisk gennemgang af effektivitetsindeks henvises til Thomsen (2000), *Short cuts to dynamic factor demand modelling*, http://t-t.dk/publications/2103.pdf.

[13] Elforbruget i i-o-matricerne svinger en hel del år for år, og er ret forskelligt fra Energibalancernes tal for samme. Derimod er udgiften (pris gange mængde) ret ens de to steder, så det vil sige, at der er en tendens til, at pris og mængde modvarierer i i-o-matricerne (på en kunstig måde), hvilket ville give et lige så kunstigt opadgående bias i retning af 1 i den estimerede substitutionselasticitet.

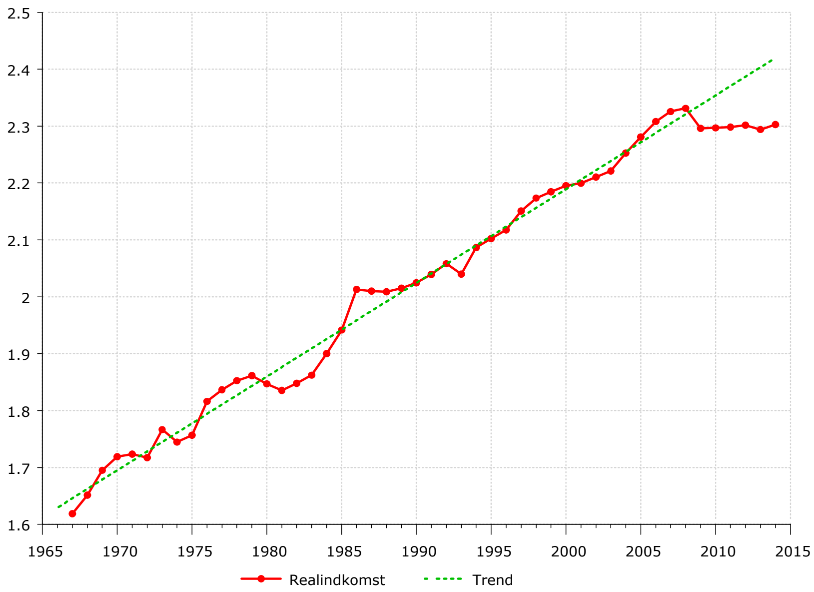
Denne liste udtrykker også nestningsstrukturen, altså at vi forestiller os, at forbrugeren først tager stilling til bilforbruget (med benzin), dernæst til apparatforbruget (med apparater), derefter til fødevarer, og til sidst til andre varer og privat service.

I analysen abstraheres fra bolig- og opvarmningsforbruget, som vi antager at forbrugeren tager stilling til allerførst. Det gør man også i f.eks. ADAMs forbrugssystem (her er opvarmningen dog med i en samlet brændselskomponent), og det skyldes bl.a. at boligforbruget er noget anderledes modelleret end de andre forbrugskomponenter, bl.a. fordi boligpriserne svinger meget historisk, og en modellering af boligforbruget (i hvert fald når vi taler om ejerlejligheder og enfamiliehuse) ville involvere stillingtagen til bl.a. rentesatser og -fradrag, realkreditregler, forventningsdannelse mv. Se kapitel 6 mht. tidligere estimationer af varmeforbrug.

Bil- og benzinkøb er med i denne analyse, men undersøges ikke særligt grundigt. Også her er der særlige forhold på spil, og bilkøbet er i det hele taget meget konjunkturfølsomt.

Som proxy for nytteniveauet (jf. tidligere omtale af "realforbruget"), bruges ADAMs *fCpuetxh*, som er deflateret og eksklusive boligforbrug. Det er den samme variabel, som bruges som "driver" i ADAMs forbrugssystem. Der estimeres generelt på pr. capital-forbrug, selv om denne korrektion ikke betyder ret meget, hvis den udelades. Men den betyder dog det, at forbrugene stiger lidt mindre over perioden, da der er en generel befolkningsvækst. I det følgende ses realforbruget (som kan forstås som realindkomsten, givet at eventuel opsparing tages ud af denne):

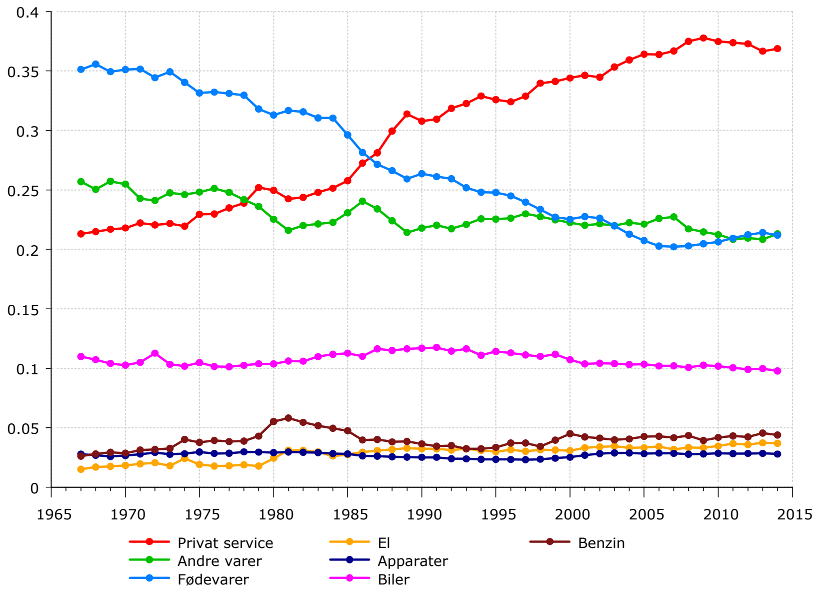
Figur 1. Realforbrug pr. capita (ekskl. bolig, logaritmer)



Det ses, at realforbruget får et stort knæk ved finanskrisen, hvilket rent estimationsteknisk – andre ulemper ufortalt – er en fordel. For 1966-2008 er logaritmen til realforbruget (bortset fra lidt udsving i 1980'erne) svær at skelne fra en ret linje, men dette skifter ganske markant fra 2009 og frem.

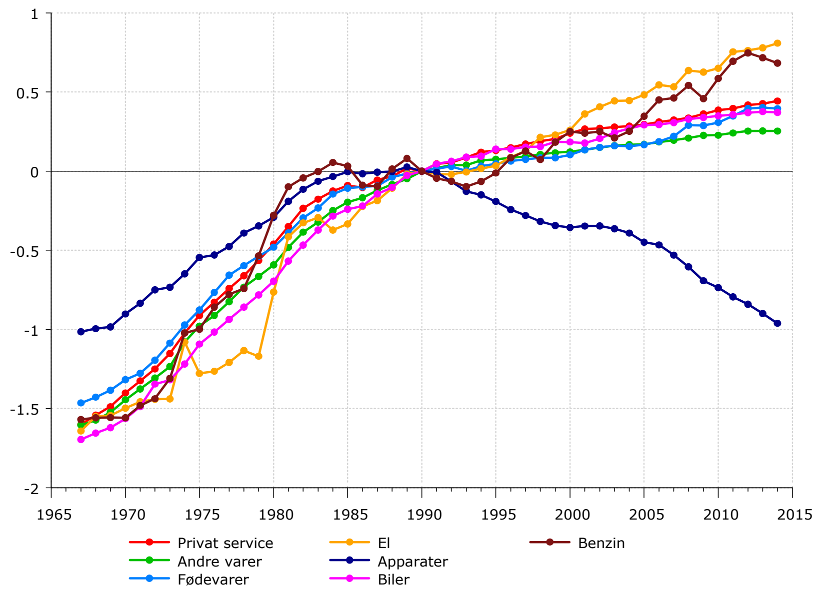
Budgetandele ser ud som følger:

Figur 2. Budgetandele



Budgetandelene giver en idé om, at privat service fylder meget (og mere og mere over perioden) i regnskabet, mens udgifterne til andre varer er mere stabile, og udgifterne til fødevarer falder (undtagen til allersidst).

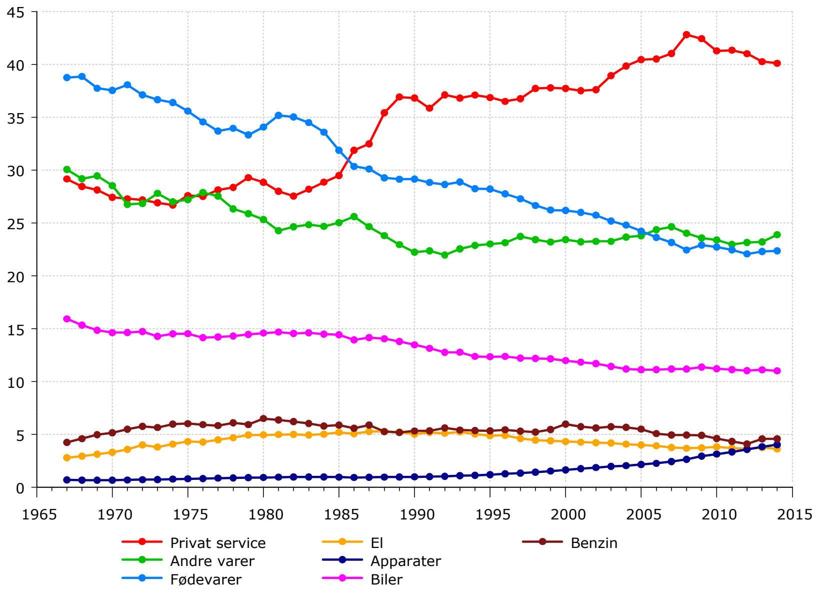
Figur 3. Prisudviklinger (logaritmer, 1990 = 0)



Af grafen fremgår det, at apparatprisen er speciel ved at stige mindre kraftigt frem mod 1990, for derefter at falde i resten af perioden. El- og benzinpriser påvirkes af energikriserne i starten af perioden, men ellers er billedet, at de i anden halvdel af perioden stiger mere end de andre forbrugerpriser (især el). Det er ud fra figuren tydeligt, at forholdet mellem elpris og apparatpris ændrer sig markant over perioden (med gennemsnitligt omkring 5% p.a. i gennemsnit).

I det følgende vises mængdeforholdene, altså de enkelte forbrugskomponenter divideret med det deflaterede samlede forbrug ("realforbruget"):

Figur 4. Mængdeforhold: mænger relativt til samlet forbrug



Det vælges at kalde disse kurver for mængdeforhold og ikke mængdeandele, så man ikke tror, at der er tale om nogle andele, som summer til 1 (det ville de kun gøre, hvis man opererede med et ”gammeldags” fastbase prisindeks for det samlede forbrug). Af disse figurer ses bl.a., at el- og apparatforbruget er langt mere stabile som budgetandele end som mængdeforhold. For apparaterne er der en stor stigning i mængdeforholdet, men da priserne på elapparater falder relativt til andre forbrugerpriser, fås en relativt stabil budgetandel.

Mændeforholdene, som altså er de enkelte forbrug dividereret med det samlede forbrug i faste priser, kan give en idé om indkomstelasticiteterne. Hvis der ikke sker noget med priserne, og realforbruget (svarende til det samlede forbrug i faste priser) stiger med 1%, vil man hvis indkomstelasticiteten er 1 forvente, at mængdeandelen er uændret. Er indkomstelasticiteten derimod f.eks. 1.1, vil man forvente at mængdeandelen stiger med ca. 0.1%, og er indkomstelasticiteten f.eks. 0.9, vil man forvente at mængdeandelen falder med ca. 0.1%. Ud fra figuren synes det at være ret tydeligt, at mængdeforholdet for privat service afhænger af indkomstniveauet, idet mængdeforholdet ser ud til at falde/stagnere, når realforbruget falder eller stagnerer, f.eks. i starten af 1980’erne eller fra 2009 og frem. Dette vil alt andet lige pege (dvs. hvis ikke f.eks. priserne ville kunne forklare dette, jf. senere) på en indkomstelasticitet, som er større end 1. Omvendt stiger mængdeforholdet for fødevarer i starten af 1980’erne, og der er også en stagnation 2009 og frem, hvilket kunne tyde på en indkomstelasticitet mindre end 1. Så generelt stiger forbruget af privat service over perioden (relativt til samlet realindkomst), mens fødevareforbruget falder (relativt til samlet realforbrug), og uden disse sving i realforbruget i 1980’erne og i forbindelse med finanskrisen, ville det være svært at vurdere, om den mere langsigtede trend er en tidstrend eller et udtryk for, at samfundet bliver rigere (dvs. en indkomsteffekt).[14] Det virker i hvert fald ikke umiddelbart plausibelt at sige, at den generelle

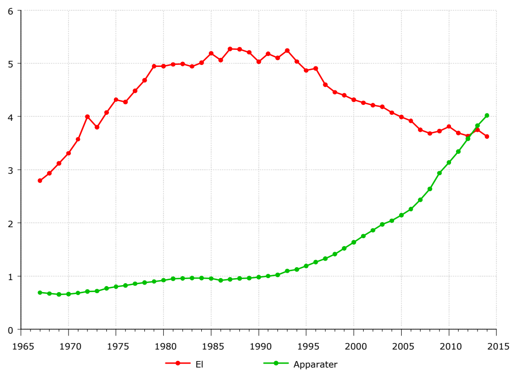
[14] I dette notat vil vi som nævnt tidligere tale om ”realforbruget” fremfor ”realindkomsten”. Realforbruget er et aggregat af forbrugskomponenterne (deflateret), og kan opfattes som en proxy for nytteniveauet. Efter-skat-realindkomsten vil minde om realforbruget, men der er naturligvis spørgsmålet om opsparing/forbrugskvote, så derfor foretrækkes begrebet realforbrug her.

udvikling i mængdeforholdene for f.eks. service og fødevarer er drevet af en ren tidstrend, for så burde mængdeforholdene i figuren ovenfor ikke påvirkes af konjunkturerne.[15]

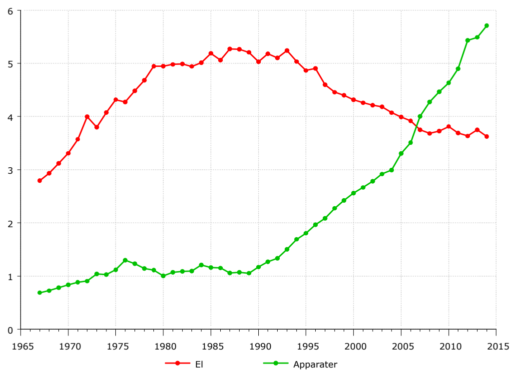
Endelig er det iøjnefaldende, at mængdeforholdet for elapparater stiger så kraftigt. Som vi skal se, er der også tale om faldende relative priser, men udviklingen kunne umiddelbart tale for en indkomstelasticitet > 1, med mindre der introduceres andre forklaringer. Den følgende figur zoomer ind på mængdeforholdene for el og apparater:

Figur 5. Mængdeforhold for el hhv. apparater

apparat-kapital



apparat-køb



I den venstre figur vises data svarende til Figur 4, mens der i den højre figur vises løbende apparat-køb i stedet for en kapitalbeholdning af samme. Krisen i starten af 1980'erne eller fra 2009 og frem synes ikke at slå ud i meget tydelige dyk i mængdeforholdet for apparater, der skal lidt god vilje til at se dette.[16]

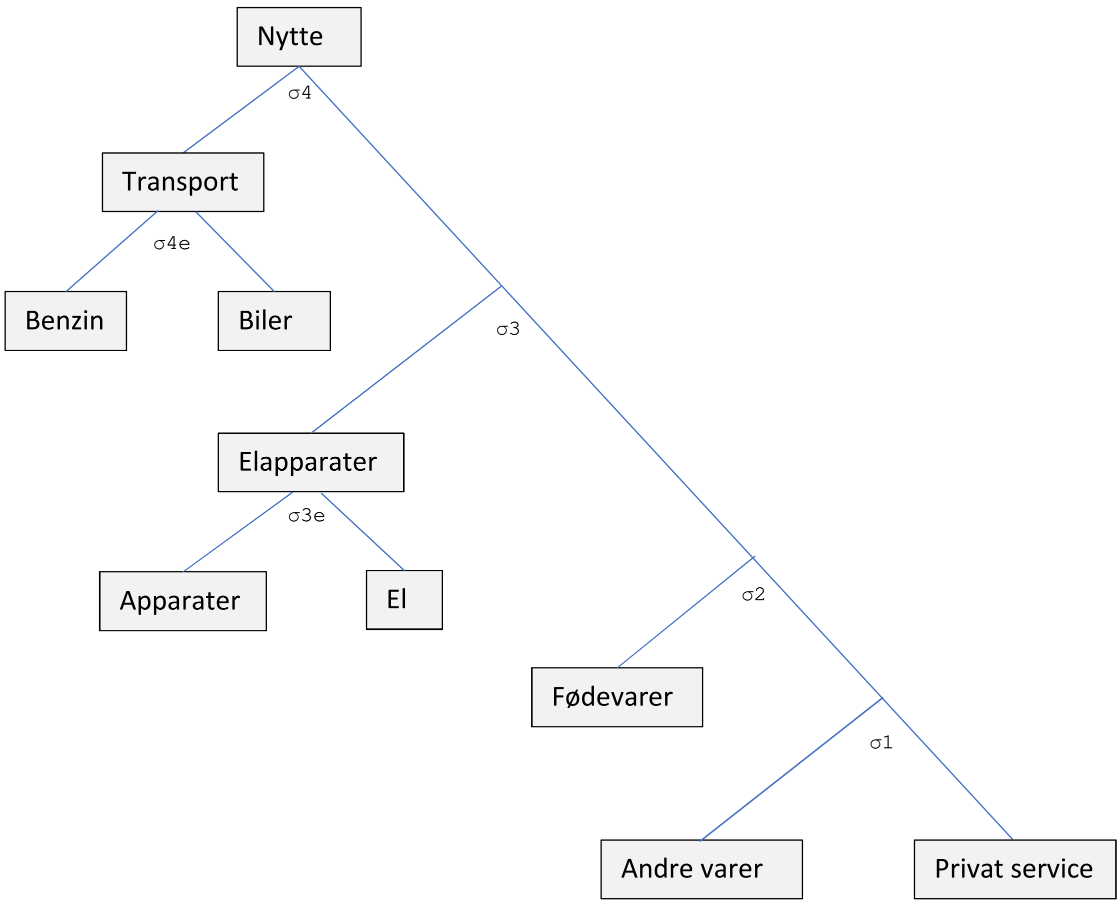
[15] I dette abstraheres fra priseffekter, som i princippet kunne forklare de mere konjunkturelle sving i mængdeforholdene.

[16] Igen abstraheres der her fra eventuelle priseffekter i disse perioder, jf. dog den senere analyse i afsnit 4.1.

4 Indledende estimationer

I IntERACT opereres med følgende nestningsstruktur, som svarer til ADAMs, og som det ikke umiddelbart ligger inden for rammerne af dette notat at analysere rigtigheden af.[17]

Figur 6. Nestningsstruktur



Øverst står nytten, men det skal dog nævnes, at i IntERACT står nytten ikke øverst i dette system, men i stedet forbruget ex boligforbrug (og varme).[18] I den forstand er ovenstående nestningsstruktur at opfatte som et del-system, men til denne anvendelse kan vi bare opfatte det øverste nest som nytteniveauet.

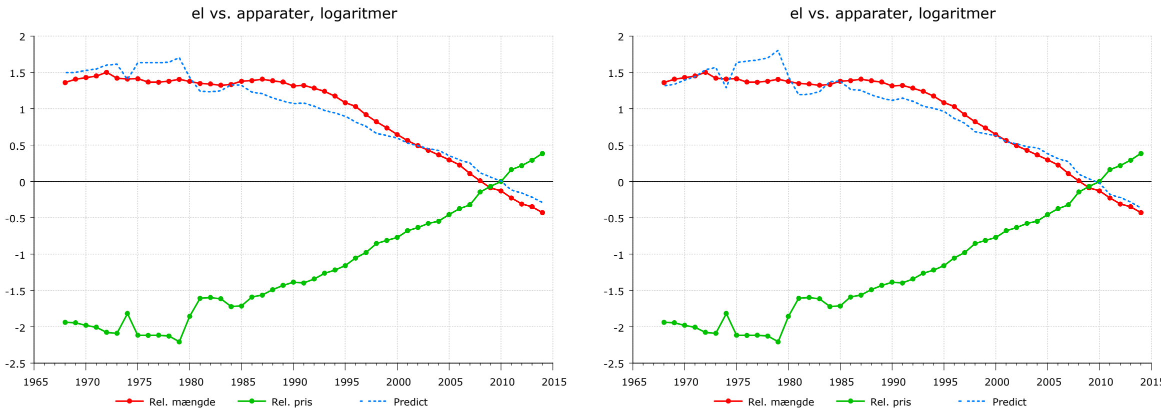
I det følgende ses der nærmere på data i nestet med elapparater, dvs. hvor der er en substitutionselasticitet σ3 mellem elapparater og andet (fødevarer, andre varer og service), samt en substitutionselasticitet σ3e mellem el og apparater. Hvis vi tager el og apparater først, kan dette nest illustreres som følger:

[17] Det kan være lidt vanskeligt at skelne nestningsstrukturer tydeligt fra hinanden rent økonometrisk, men det kan dog lade sig gøre at få nogle fingerpeg om det. Her kan det lineariserede system være til nytte, jf. afsnit 4.1.

[18] Derudover kunne man forestille sig, at valget mellem forbrug og fritid ville ligge allerøverst, dvs. arbejdsudbudsbeslutningen. I en fuld model ville der også være en beslutning om udskudt forbrug, dvs. opsparing.

Figur 7. Elforbrug versus apparatforbrug

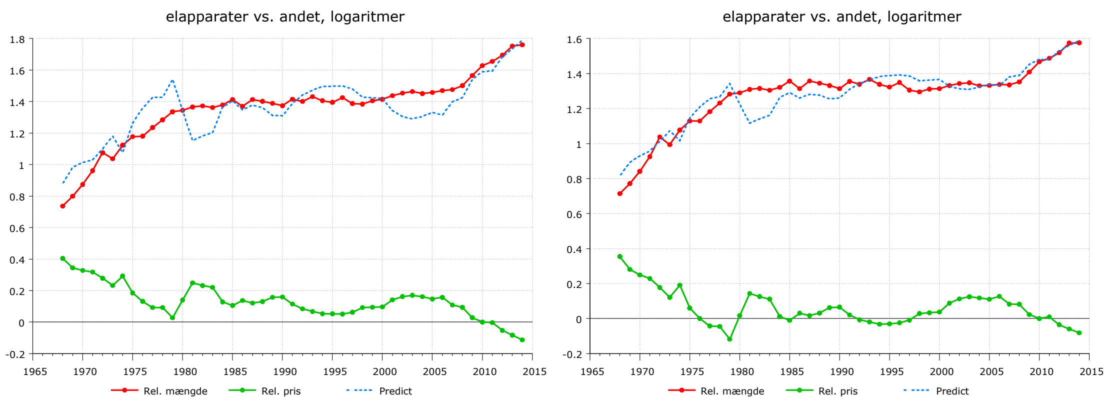
uden trend *med trend*



Her vises logaritmen til mængde- hhv. prisforholdet for el versus apparater. Frem til 1979 har den grønne relative pris været relativt konstant (bortset fra 1974), men efter dette stiger elprisen kraftigt relativt til apparatprisen i 1980 og 1981 (den anden oliekrise), og efter dette har den relative elpris været konstant stigende. Dette passer rimeligt godt med den relative mængde (den røde), som har været rimeligt stabil frem til ca. 1990, hvorefter den falder. I et CES-nest uden trender eller vridende (uens) indkomsteffekter kan de to regresseres på hinanden og give et bud på σ3e. Det giver σ3e = 0.77, med en t-værdi på 23.8. Så i et sådant nest, hvis mængdeudviklingen ikke må forklares med en trend eller med indkomsteffekter, er det svært at komme uden om, at der synes at være tale om en signifikant prissubstitution. Hvis der inkluderes en lineær tidstrend (som får en t-værdi på 2.8) er fittet lidt bedre, og σ3e stiger til 1.08 (med en t-værdi på 9.3), jf. den højre figur. Inklusion af biased indkomsteffekter (ved at inkludere realforbruget på højresiden) giver et lignende billede, da logaritmen til realforbruget udvikler sig forholdsvist lineært (jf. Figur 1). Så med mindre man vil operere med andre funktionsformer (f.eks. polynomier i tiden) eller f.eks. knækkede trender, forekommer det rimeligt at sige, at der synes at være en vis prissubstitution på spil i valget mellem el og apparater.

Mht. elapparater over for andet forbrug, er priseffekten også tydelig:

Figur 8. Elapparatforbrug vs. andet forbrug



Der er her foretaget en datamæssig aggregering af el og apparater til én forbrugskomponent, ligesom fødevarer, andre varer og service også aggregeres datamæssigt til én vare. I fravær af trendeffekter eller vridende/uens indkomsteffekter, skal mængdeforholdet (den røde) altså forklares med den grønne (prisforholdet). Fra en umiddelbar betragtning forekommer der at være en god sammenhæng, selv om prisforholdet svinger en del mere end mængdeforholdet (dette ville kunne håndteres, hvis der blev introduceret dynamik i specifikationen). Elapparatprisen falder relativt frem til og med 1979, mens mængdeforholdet stiger. Derefter en der nogle sving i de relative priser, som synes at afspejle sig i en modvariation i den relative mængde. Hvis der foretages en estimation, fås en σ3 = 1.76, med en t-værdi på 7.7. Hvis der introduceres en lineær trend (som får en t-værdi på 6.7) falder σ3 til 0.96 (med en t-værdi på 5.9). Altså en relativt stor substitutionselasticitet.

Ud fra disse figurer ser der ud til at være en prissubstitution på spil, dels mellem el og apparater, og dels mellem elapparater og andet forbrug. Udover prissubstitutionen kan der naturligvis også være andre effekter, enten trend- eller indkomsteffekter. Men prissubstitutionen ser ikke umiddelbart ud til at være til at komme uden om.

4.1 Rensning mht. priseffekter vha. lineariseret system

Der er ikke tvivl om, at der sker en generel bevægelse i adskillige af de enkelte forbrugsforhold, men det er spørgsmålet, om denne udvikling er påvirkes udelukkende af realforbruget (indkomsten/indkomsteffekter), eller af en mere trendmæssig udvikling (f.eks. tidsbetingede skift af præferencer). Der er blevet set på dette tidligere, vha. grafer og øjemål, men i det følgende vil det blive testet. Til den brug er et lineariseret system praktisk, da det gør det nemt at isolere de forskellige effekter. Systemet er nærmere beskrevet i Appendiks A, men med tre forbrugstyper ville det se ud som følger (for den første forbrugstype):

$$\log(C_1) = (1+\varepsilon_{1u})\log(U) + \varepsilon_{11}\log(P_1) + \varepsilon_{12}\log(P_2) + \varepsilon_{13}\log(P_3) + \varepsilon_{1t}\, t + k_1$$

Leddet t stiger med 1 enhed årligt, så bidraget fra t vil være ε_{1t} fra år til år. Er ε_{1t} f.eks. 0.01, svarer det til, at trenden trækker mængdeforholdet C_1/U op med ca. 1% årligt. Da U (datamæssigt opgjort som realforbruget, dvs. budgettet divideret med et samlet prisindeks) stiger med ca. 1.5% i gennemsnit over hele estimationsperioden, vil udtrykket $0.015 \cdot \varepsilon_{1u}$ give en idé om, hvor meget dette led bidrager med årligt over perioden.

Der estimeres 7 forbrugsgrupper, med frie priselasticiteter (bortset fra restriktionerne om prishomogenitet og Slutsky-symmetri). Der estimeres med både indkomst- og trendeffekter på én gang, dvs. med ε_{iu} og ε_{it}. Det skal nævnes, at der estimeres med fejlkorrektionsligninger, hvor alle fejlkorrektionsparametre er bundet til 0.25 for at reducere antallet af parametre og være sikker på at estimationsalgoritmen finder et robust optimum.

Tabel 1. Estimation af lineariseret system, med både indkomst- og trendeffekter

Vare	Realforbrug, effekt p.a.	spredning	t-værdi	Indkomst-effekt	Trend-effekt	spredning	t-værdi
1. Privat service	0.0192	0.0053	3.6	2.28	-0.0041	0.0059	0.7
2. Andre varer	-0.0054	0.0037	1.5	0.64	-0.0006	0.0051	0.1
3. Fødevarer	-0.0108	0.0014	7.8	0.28	-0.0003	0.0020	0.1
4. El	-0.0116	0.0085	1.4	0.23	0.0170	0.0104	1.6
5. Apparater	0.0150	0.0039	3.8	2.00	-0.0102	0.0048	2.1
6. Biler	0.0081	0.0034	2.4	1.54	-0.0131	0.0047	2.8
7. Benzin	0.0018	0.0116	0.2	1.12	-0.0151	0.0136	0.4

Et meget hurtigt kig på de to kolonner med t-værdier tyder på, at der generelt er mest forklaringskraft at hente i realforbruget, men for i hvert fald el, apparater og biler ser der ud til at være plads til en rimeligt signifikant bestemmelse af begge parametre (bedømt ud fra t-værdier). Mest iøjnefaldende i tabellen er det, at privat service, andre varer og fødevarer tilsyneladende foretrækker realforbruget som forklaring.[19]

De estimerede priselasticiteter ser ud som følger:

Tabel 2. Estimerede partielle priselasticiter (kompenserede), lineariseret system

	Service	Andre	Fødev.	El	Apparater	Biler	Benzin
Service	-0.54	0.18	0.03	0.11	0.12	0.12	-0.01
Andre varer	0.32	-0.28	0.07	0.02	-0.08	-0.01	-0.04
Fødevarer	0.05	0.06	-0.17	-0.02	0.05	0.02	0.01
El	0.98	0.11	-0.09	-0.52	0.10	-0.45	-0.12
Apparater	0.89	-0.33	0.22	0.08	-0.97	0.00	0.11
Biler	0.43	-0.03	0.03	-0.18	0.00	-0.39	0.14
Benzin	-0.07	-0.17	0.03	-0.11	0.12	0.33	-0.14

Der er mange frie elasticiteter her, og ikke alle er lige plausible. Eksempelvis virker det ikke overvejende sandsynligt, at el og biler skulle være komplementer (der er stort set ingen elbiler i estimationsperioden). At prisen på serviceydelser påvirker de andre forbrug ret meget (den første søjle) hænger bl.a. sammen med, at budgetandelen er stor.

For at få en idé om, hvorvidt det er rimeligt at sige, at realforbruget er en bedre "driver" for udviklingen i forbrugsforholdene end tiden, vil vi omskrive estimationsligningen til følgende (her for vare 1):

$$\log(C_1/U) - \varepsilon_{11}\log(P_1) - \varepsilon_{12}\log(P_2) - \varepsilon_{13}\log(P_3) = \varepsilon_{1u}\log(U) + \varepsilon_{1t}\, t + k_1$$

På venstresiden har vi mængdeforholdet for C_1 renset for estimerede priseffekter, hvilket skal forklares af nytten (realforbruget) og tiden samt et konstantled. Det skal i øvrigt bemærkes (som det også forklares i appendikset), at ε'erne er restrikteret, så der er prishomogenitet, f.eks. vil en 1%

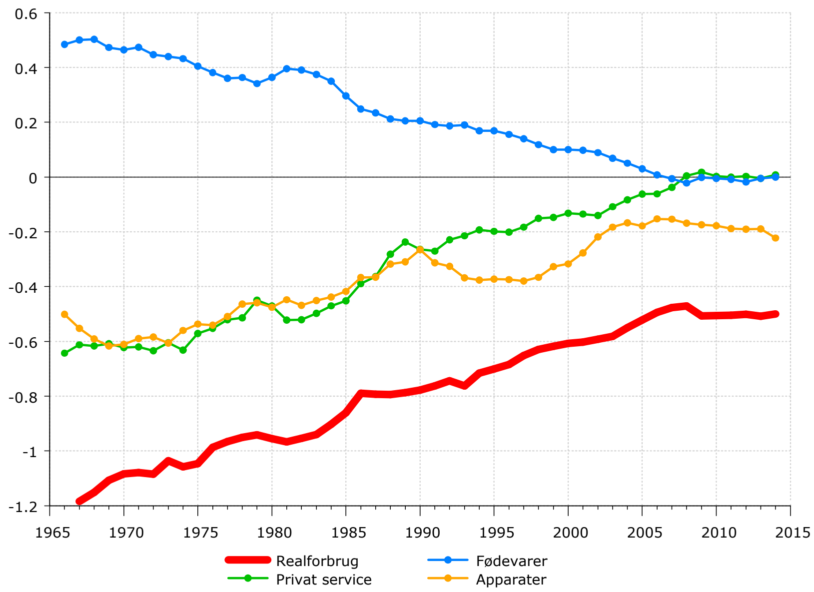
[19] For benzin, el og andre varer (ingen signifikante t-værdier) kan der naturligvis godt være tale om, at parametrene er korrelerede, altså at de ikke er særligt godt bestemte hver for sig, men at de ikke begge kan undværes. Så det kan ikke afvises, at der er brug for mindst én af dem, men det er i hvert fald svært at sige entydigt, om den ene har mere forklaringskraft end den anden (andre varer ser dog ud til at foretrække realforbruget).

stigning i alle tre priser være neutralt mht. priseffekten. Så i den forstand udtrykker prisleddet effekter fra de relative priser. Det kan også skrives på følgende måde:

$$\log(C_1/U) - \text{priseffekt} = \varepsilon_{1u}\log(U) + \varepsilon_{1t}\, t + k_1$$

I den følgende figur vises for tre forbrugsgrupper venstresiden, dvs. mængdeforholdet renset for priseffekter. Dette udtryk vil vi også betegne som ”residualen”, dvs. det som mangler at bliver forklaret. Derudover vises realforbruget U (rød tyk kurve).

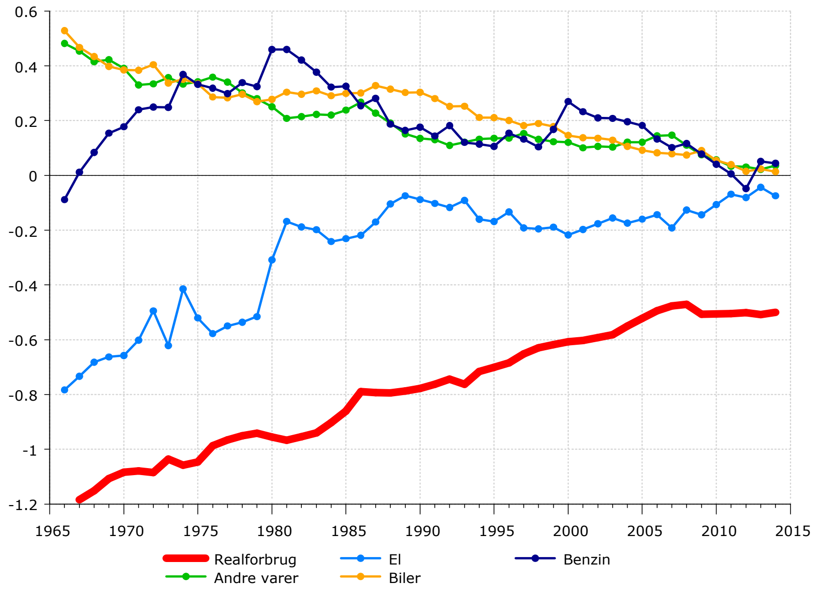
Figur 9. Realforbrug og residual for service, fødevarer og apparater, logaritmer



Om figuren skal det altså bemærkes, at de tre kurver (fraset den røde) viser mængder i logaritmer, renset for priseffekter, og renset for en indkomsteffekt på 1. Så hvis alt kunne forklares ud fra relative priser og en indkomsteffekt på 1, ville de tre linjer være vandrette. Det er tydeligt, at der for alle tre (især fødevarer og service) er brug for noget til at forklare denne residual, og hvis den manglende forklaring er indkomsteffekter, skal de tre kurver forklares med den røde linje, mens hvis den manglende forklaring er trendeffekter, skal de tre kurver forklares med en lineær trend (dvs. en ret linje).

For fødevarer er det iøjnefaldende, at residualen og realforbruget modvarierer, svarende til en indkomstelasticitet < 1. At forklare den blå kurve med en ret linje ville koste meget på fittet, i forhold til at forklare den med den røde kurve. Eksempelvis er der i perioden 1980-85 og 2009 og frem en tydelig sammenhæng i forhold til realforbruget. Ca. det samme kan siges om privat service (den grønne kurve), blot med modsat fortegn. Hverken den blå og grønne kurve ville bryde sig om at blive forlænget lineært/trendmæssigt efter 2008. For apparater (den gule kurve) er sammenhængen over til realforbruget mindre tydelig, men også her stagnerer kurven i den sidste del af perioden, hvilket forklares bedre af realforbruget, end af en lineær trend. Der er dog ikke den samme klare sammenhæng til realforbruget, som for fødevarer og privat service.

Figur 10. Realforbrug og residual for service, fødevarer og apparater (logaritmer)



For de andre varer, er det mht. el svært at sige, om stigningen i residualen mest er en effekt fra realforbruget eller en lineær trend. Der ser nærmest ud til at kunne være en modvariation fra realforbruget (svarende til en indkomsteffekt > 1), kombineret med en mere dominerende lineær trend (det er også hvad der kommer ud af estimationen, jf. Tabel 1). Hvis der kun tillades effekt fra realforbruget er det klart, at man må få en indkomsteffekt > 1 over perioden, men spørgsmålet er om den effekt kun går til ca. 1990 hvorefter der er en indkomsteffekt tæt på 1. For de andre forbrug, andre varer, biler og benzin, er der ikke nogen tydelig residual, svarende til, at indkomsteffekterne (eller trendeffekterne) er mere begrænsede over perioden.

For at sammenfatte ser det ud til, at man rent faktisk godt kan estimere både en indkomsteffekt og en trendeffekt i én og samme estimation, og udgangshypotesen er, at realforbruget har større forklaringskraft end en trend (men at der visse steder godt kan være plads til begge effekter på én gang). En væsentlig grund til, at man kan identificere begge effekter ligger nok i finanskrisen fra 2009, som har afkoblet det reale forbrug fra en ellers ret trendmæssig udvikling.

5 Estimationer med fuldt CES-system

Det fulde nestede CES-system er givet som i Figur 6 side 14, og der henvises til Appendiks D mht. konkrete ligninger. Rent teknisk formuleres systemet vha. såkaldt calibrated share form, hvilket gør optimeringsproblemet væsentligt nemmere at håndtere for estimationsproceduren.[20]

Med 7 forbrugsgrupper bliver der mange tilpasnings- og fejlkorrektionsparametre at estimere, da hver ligning formuleres som følger:

$$\Delta \log(C_i) = \alpha_i \Delta \log(C_i^*) + \beta_i(\log(C_i^*(-1)) - \log(C_i(-1)))$$

Her er α_i førsteårseffekten, mens β_i er fejlkorrektionsparameteren. Sidstnævnte vil man antage skal ligge mellem 0 og 1, hvilket indebærer, at C_i tilpasser sig mod det langsigtede/ønskede niveau C_i^*.

Med syv forbrugsgrupper er der mange tilpasningsparametre, og systemet er temmeligt ikke-lineært, så i praksis kan der ofte ske det, at en eller flere af β_i'erne går mod nul, mens CES-parametrene knyttet til samme ligning antager urimelige værdier. For at undgå dette problem, er det valgt at estimere i 2 x 2 trin. Den originale totrinsprocedure[21] går ud på først at estimere langsigtsligninger (svarende til at sætte $\alpha_i = \beta_i = 1$, hvorved ligningen reduceres til $C_i = C_i^*$), og derefter givet langsigtsparamtrene estimere α_i og β_i i trin to. I dette notat foretages denne totrinsprocedure to gange successivt, hvilket gør, at de estimerede kortsigtsparametre får en tilbagevirkning på langsigtsparametrene. Der vil være en smule tab i likelihoodværdi med denne procedure, og en smule bias i parametrene, men til gengæld undgås problemerne med, at fejlkorrektionsparametrene i visse tilfælde bliver urimelige.

I den følgende tabel vises resultater for et system med frie indkomsteffekter, men uden trendeffekter.

Tabel 3. Estimerede partielle priselasticiteter (kompenserede), frie indkomsteffekter

	Service	Andre	Fødev.	El	Apparater	Biler	Benzin
Service	-0.40	0.08	0.18	0.01	0.11	0.01	0.00
Andre varer	0.15	-0.35	0.11	0.01	0.07	0.01	0.00
Fødevarer	0.31	0.11	-0.42	0.00	0.01	0.00	0.00
El	0.12	0.04	0.01	-0.15	-0.01	0.00	0.00
Apparater	0.88	0.31	0.04	-0.01	-1.21	0.00	0.00
Biler	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	-0.10	0.06
Benzin	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00	0.15	-0.19
Indk.effekt	1.67	1.04	0.14	0.13	0.94	0.51	0.65
Samlet	1.01%	0.06%	-1.29%	-1.31%	-0.09%	-0.74%	-0.53%

σ1 = 0.39, σ2 = 3.20, σ3 = 1.39, σ3e = 1.20, σ4 = 0.08, σ4e = 0.42

Når vi taler el og apparater, er problemet med denne formulering, at minimumsforbruget bliver højt for el, dvs. at indkomstelasticiteten er meget lille (0.13), mens den for apparater er næsten 1. Det vil i princippet sige, at hvis forbrugerne bliver 1% rigere, vil de på langt sigt efterspørge ca. 1% flere

[20] Se mere om calibrated share form i dette notat: http://www.gamsworld.org/mpsge/debreu/ces.pdf . Estimationsteknisk er det smarte ved calibrated share form, at CES-parametrene som nævnt tidligere får en højere grad af uafhængighed, end med mere almindelige CES-specifikationer, og at det er nemt (faktisk trivielt) at fastlægge nogle gode startværdier for parametrene.

[21] Engle-Granger-proceduren.

apparater, men næsten ikke bruge mere el. Det må siges at være en fortolkningsmæssig udfordring, og udover dette har det høje minimumsforbrug for el den bivirkning, at alle de partielle priselasticiteter vedr. el bliver mindre end de eller ville have været (i grænsetilfældet hvor minimumsforbruget har samme størrelse som det faktiske forbrug, bliver både indkomst- og priselasticiter alle 0).

Det har derfor været forsøgt at restriktere indkomsteffekten for el + apparater hhv. benzin + biler til at være ens. Det får residualspredningerne for disse varer til at stige en del (statistisk signifikant), og derudover er ligningen noget plaget af autokorrelation for apparater og biler, og ligningen for fødevarer skyder for højt 12 år i træk i sidste halvdel af estimationsperioden. Alt i alt giver dette nogle relationer, som synes fejlspecificerede.

5.1 Estimation med både indkomsteffekt og trend

Priselasticiteterne med kun indkomsteffekter er egl. tilforladelige (Tabel 3), men der er indikationer på, at ligningerne kunne trænge til, at der introduceres flere forklarende variabler, f.eks. i form af trender. Dette er forsøgt i nedenstående estimation, hvor der tilsættes trender i form af tidsafhængige effektivitetsindeks.

Tabel 4. Estimation med både indkomsteffekt og trend

	Service	Andre	Fødev.	El	Apparater	Biler	Benzin
Service	-0.31	0.19	0.09	0.02	0.02	0.00	0.00
Andre varer	0.36	-0.46	0.08	0.01	0.02	0.00	0.00
Fødevarer	0.17	0.08	-0.26	0.01	0.01	0.00	0.00
El	0.15	0.07	0.03	-0.25	0.00	0.00	0.00
Apparater	0.20	0.09	0.03	0.00	-0.33	0.00	0.00
Biler	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.07	0.09
Benzin	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.21	-0.19

Indk.effekt	1.37	1.21	0.42	0.69	0.92	1.22	1.05
Effektivitet	-0.8%	0.9%	3.2%	0.7%	-8.8%	1.0%	0.8%
Samlet	0.55+0.54 1.09%	0.32-0.59 -0.27%	-0.87-0.95 -1.82%	-0.47-0.16 -0.62%	-0.12+2.89 2.77%	0.33+0.01 0.34%	0.08+0.06 0.14%

$\sigma1 = 0.52$, $\sigma2 = 0.69$, $\sigma3 = 0.38$, $\sigma3e = 0.36$, $\sigma4 = -0.02$, $\sigma4e = 0.25$

I forhold til estimationen i Tabel 3, er spredningen på elforbruget ca. uændret på ca. 2.3%, mens den for apparater falder fra 2.0% til 1.7%. Effektivitetstrenden er signifikant for alle forbrugsgrupperne undtagen el og benzin (den sidste dog næsten). At den ikke er signifikant for el betyder, at den ikke er særligt velbestemt og godt kunne tænkes at være nul. Eller sagt med andre ord: man ville kunne binde den til en given værdi, og så ville indkomsteffekten modkompensere, uden at det ville betyde voldsomt meget mht. fittet. Men da den har det rigtige fortegn og i øvrigt minder størrelsesmæssigt om benzineffektiviteten, vælges det at bibeholde den som den er.

Indkomsteffekterne for el og apparater hhv. biler og benzin bliver af sig selv af sammenlignelig størrelsesorden (0.69 og 0.92 hhv. 1.22 og 1.05), så derfor bindes disse ikke til hinanden. Forholdet mellem el og apparater hhv. biler og benzin vrides dermed en smule, når indkomsten stiger.

Som et eksempel på, hvad der rent teknisk sker med el-effektiviteten, er der set på, hvordan vaskemaskiners energieffektivitet har udviklet sig historisk siden 1991. Disse tal tyder på, at vaskemaskiner er blevet ca. 2.5% mere effektive årligt. Der er sikkert en del elapparater, som ikke bliver lige så meget mere effektive, så de 0.7% kan man måske godt leve med som algoritmens bud på effektivitetsstigning for el. Om effektivitetstrenden for apparater skal være -8.8% p.a. kan også diskuteres (det betyder, at apparaternes indtog er mere drevet af en trend, snarere end af indkomstniveauet). Det skal fortolkes som udtryk for, at præferencerne skifter ret kraftigt over mod apparater og bør ikke fortolkes i retning af tekniske tilbageskridt for apparater. Dette skift i præferencer kan godt være delvist udbudsdrevet, altså kommer flere og flere nye slags elapparater, som man end ikke havde fantasi til at forestille sig ved estimationsperiodens begyndelse.

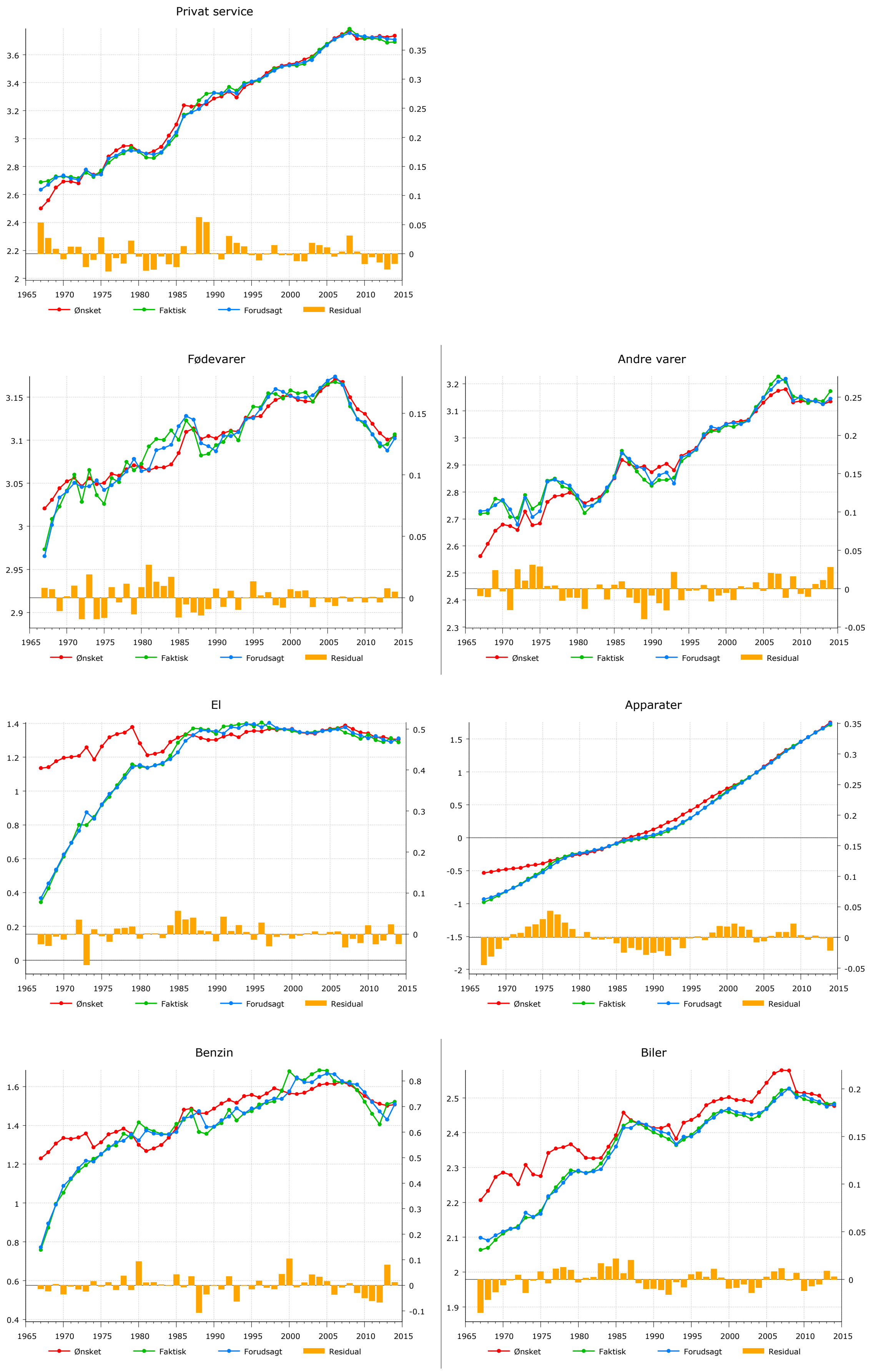
Den negative effektivitetstrend for apparater kan eventuelt også have med levetider og driftstider at gøre. Levetiderne for elapparater er formentlig blevet kortere i løbet af estimationsperioden, hvilket alt andet lige gør, at der købes flere af disse apparater for at opretholde bestanden. Med levetid menes ikke nødvendigvis fysisk levetid, da der snarere er tale om økonomisk levetid, dvs. at apparater i højere og højere grad erstattes af nyere og mere tiltrækkende versioner, førend de gamle er fysisk slidt op. Driftstiderne for givne elapparater er formentlig også for nedadgående samlet set, hvilket kan være med til at forklare, at bestanden af elapparater stiger trendmæssigt, samtidigt med at elforbruget falder trendmæssigt. Det kunne forstås som, at forbrugerne får flere og flere elapparater af den type, som kun bruges relativt sjældent (gadgets mv.).

Som det også blev gjort vedrørende estimation af det lineariserede system, kan man omregne indkomst- og effektivitetstrends til en samlet trend i forbrugsforholdet (dvs. det pågældende forbrug divideret med realforbruget). Hvis $1+\varepsilon_{iu}$ betegner indkomstelasticiteten for den i'te vare, vil $1.5\ \cdot \varepsilon_{iu}$ give et bud på, hvor meget dette led ca. bidrager med (i procent pr. år) til forbrugforholdet. De 1.5 kommer af, at realforbruget stiger med ca. 1.5% pr. år i den historiske periode. Eksempelvis er $\varepsilon_{iu}=0.37$ for service, hvorfor bidraget fra indkomsten over på forbrugsandelen vil være ca. 1.5 · 0.37 = 0.55% p.a. Udover dette er der effektivitetstrenden, som skal ganges med 1 + egenpriselasticiteten for at få den endelige effekt, dvs. (1−0.31) · 0.8 = 0.54% p.a. Samlet set bliver effekten på forbrugforholdet for privat service altså ca. 0.55 + 0.54 = 1.09% p.a.[22]

Fit og residualer for de syv varegrupper vises i de følgende figurer:

[22] Rent faktisk skal man også indregne effektivitetsindeksene for de andre forbrugskomponenter, idet effekten bliver $-(1+\boldsymbol{E})\,\dot{\boldsymbol{e}}$, hvor $\boldsymbol{E}$ er matricen af partielle priselasticiteter (dvs. tabellen) og $\dot{\boldsymbol{e}}$ er en vektor af årlige relative ændringer i effektiviteterne.

Figur 11. Ønsket, faktisk, forudsagt og residualer for de 7 varer (logaritmer)



Residualerne er autokorrelerede for især apparater og biler (førstnævnte dog mest). Men ellers ser residualmønstrene ikke alarmerende ud.

Tabel 5. Tilpasningshastigheder mv.

	Estimeret førsteårs-effekt	Estimeret fejlkorrektions-hastighed	Førsteårs indkomsteffekt
Service	0.798	0.347	1.093
Andre varer	1.278	0.286	1.546
Fødevarer	1.324	0.321	0.556
El	0.356	0.137	0.246
Apparater	0.932	0.130	0.857
Biler	0.482	0.100	0.588
Benzin	0.354	0.265	0.372

Fejlkorrektionsparametrene for el og apparater er relativt små (omkring 0.13-0.14), jf. Tabel 5, men dette må så formodes at hænge sammen med, at elapparaterne antages at leve i ca. otte år i gennemsnit. Tilpasningshastigheden for biler er 0.10, da den i fri estimation ellers ville blive 0.05 (hvilket er lidt vel lavt). Førsteårseffekterne er større end 1 for andre varer og fødevarer, dvs. at disse forbrugskomponenter overshooter deres langsigtede ligevægtsniveauer i det første år. For at få indkomsteffekten i det første år, skal man gange tallene i den første kolonne med indkomsteffekterne vist i Tabel 4, hvilket er gengivet i den yderste kolonne i Tabel 5. Det ses her, at især andre varer har en høj førsteårs-indkomstelasticitet på ca. 1.55%, hvis indkomsten stiger med 1%. Også for privat service er førsteårs indkomsteffekten større end 1 (ca. 1.09), mens eksempelvis elforbruget kun reagerer med ca. 0.25% i det første år, når indkomsten stiger med 1%.

Førsteårseffekterne på el og apparater er forskellige (0.36 vs. 0.93), hvilket også udmønter sig i, at førsteårs-indkomsteffekterne for disse er forskellige (0.25 vs. 0.86). Dette kunne muligvis have med driftstider eller indfasning at gøre, altså at man nok køber flere apparater, men at disse i starten ikke bruges så meget (dvs. bruger så meget el), som tilfældet er på langt sigt.

Mht. udviklingsmuligheder, kunne man overveje følgende:

- Det kunne også være interessant et se nøjere på nestningsstrukturen. Der tænkes ikke så meget på nestene el + apparater hhv. benzin + biler, men mere om de andre nests er placeret ”rigtigt”? Det lineariserede system ville være ret oplagt at bruge til en sådan undersøgelse.
- Parameterstabilitet har været undersøgt stikprøvevis på nogle af estimationerne, og her virkede parametrene rimeligt stabile over tid. Der kunne dog med fordel bruges mere tid på at undersøge dette.

Visse ting er undersøgt, bl.a.:

- Det betyder ikke alverden for estimationerne, om man bruger bruttoinvesteringer eller kapitalapparater mht. elapparater og biler.
- Det betyder ikke det store for estimationerne, om man bruger befolkningskorrektion af forbrugene og indkomsten (realforbruget).
- Hvis der korrigeres for elvarme (dvs. fratrække en proxy for det historiske elforbrug fra elpaneler), bliver elasticiteterne lavere, spredningen på elapparater går fra 3.1% til 4.1%, og

for el fra 2.6% til 2.7%. Måske burde kapitalapparatet så også korrigeres, men det virker ikke til at give noget særligt godt at korrigere for elpaneler.

- Der foretages ikke klimakorrektion. Varmeforbruget er alligevel ikke med, og typisk er paramtre til klimavariabler alligevel temmeligt ukorrelerede med sigmaer.
- Tidsafhængige gamma'er (minimumsforbrug) har været prøvet, men det blev ikke særligt pænt
- Hvis der bruges io-tal for el, fås dobbelt så høje elasticiteter for el og apparater, men dette beror på, at datakvaliteten ikke er for god mht. elforbruget i io-matricerne.

Sammenfattende virker estimationen i Tabel 4 rimelig mht. indlæggelse i IntERACT.

5.2 Sammenligning med ADAM

Den seneste reestimation af ADAM-forbrugssystemet er fra ultimo 2017 og dokumenteret i papiret "Reestimation af forbrugssystemet til Okt16".[23]

Med hensyn til langtsigtede effekter af at ændre realforbruget med 1%, er der ikke dramatiske forskelle, og eksempelvis er effekten på privat service ca. den samme i de to estimationre. Den største forskel er, at indkomstelasticiteten for fødevarer kun er 0.07 i ADAM, hvor den er 0.42 i Tabel 4. Her virker nærværende notats estimation mere plausibel.

Substitutionselasticiteterne ligger i ADAM i området 0.2-0.6, dvs. sammenlignelige med i Tabel 4. ADAM opgør kun ukompenserede priselasticiteter, som ikke direkte kan sammenlignes med de kompenserede fra Tabel 4, men der er formentlig ikke tale om voldsomme forskelle.

6 Rumopvarmning

Nærværende notat behandler ikke rumopvarmning særskilt, bl.a. fordi det er valgt at se på forbruget eksklusive boligforbrug. Rumopvarmning (varmeforbrug) hører naturligt sammen med antallet af boligkvadratmetre, og hvis forbrugerne vælger at øge boligforbruget (eller rettere sagt: boligbeholdningen) i form af flere kvadratmetre, vil man forvente, at energiforbruget til rumopvarmning påvirkes af dette.

Der er en dog del komplikationer i denne sammenhæng, bl.a. at boligbeholdningen i faste priser ikke nødvendigvis er helt proportional med antallet af kvadratmetre. Det kan skyldes, at der i boligbeholdningen indregnes kvalitetsforbedringer. Derudover må man forvente, at nye boligkvadratmetre er mindre varmeforbrugende end eksisterende (pga. bygningsreglementer mv.), men klimaskærmen kan jo også forbedres i eksisterende byggeri gennem isolering af tage, murisolering, vinduer mv.

Hvorom alting er, vil det være naturligt at modellere varmeforbruget i samme nest som boligforbruget, og derfor er varmeforbruget ikke forsøgt estimeret her. For fuldstændighedens skyld gengives i stedet de seneste estimater fra EMMA-modellen. Den seneste EMMA-estimation af

[23] https://www.dst.dk/-/media/Kontorer/20-Oekonomiske-modeller/2016/BGS02d16.pdf?la=da

husholdningernes varmeforbrug er foretaget i 2011, hvor egenpriselasticiteten for varme blev estimeret til -0.47. Ligningen ser ud som følger i EMMA:

```
log(qJvc1w)       = -log(dtqjvc1) - 0.954037*log(klima) + 1.00000*log(khm2)
                    -0.467178*log(pbqjvc/dtqjvc1/pcpuxh) - 1.31533 ;
```

Venstresidevariablen er det ønskede varmeforbrug, og *dtqjvc1* er et effektivitetsindeks. Derudover afhænger varmeforbruget af en klimavariabel (*klima*), med en elasticitet på -0.95 (t-værdi på 6.8), og som sagt er egenpriselasticiteten -0.47 (med en t-værdi på 3.8), dvs. virkningen på varmeforbruget af at ændre den reale varmepris (*pbqjvc/pcpuxh*) med 1%. Den økonomiske 'driver' i ligningen er antallet af boligkvadratmetre, *khm2*, hvor elasticiteten er bundet til at være 1. Tilpasningshastigheden i ligningen er ca. 0.46, så der er relativt hurtig tilpasning.

Før egenpriselasticiteten blev estimeret til -0.47 blev den gangen før estimeret til -0.39, og det har været et generelt kendetegn i et større antal EMMA-versioner, at man har kunnet estimere en signifikant egenpriselasticitet for varmeforbruget, typisk i intervallet (numerisk) 0.25-0.50.

Egenpriselasticiteten kan fortolkes som en kompenseret elasticitet, idet der ikke indgår indkomster i ligningen (men i stedet kvadratmetre, som her kan fortolkes som det mængdeaggregat, som varmeforbruget reagerer på). Da opvarmningen udgør en begrænset del af boligforbruget, begår man ikke den store fejl ved at bruge boligkvadratmetrene som "driver" (aktivitetsvariabel) for varmeforbruget, i stedet for et teoretisk mere korrekt aggregat af opvarmningstjenester og boligkvadratmetre. Og pga. opvarmningens begrænsede budgetandel, kan elasticiteten fortolkes direkte som en substitutionselasticitet uden omregning med budgetandele mv. Det skal nævnes, at i EMMA estimeres kun det direkte varmeforbrug uden at tage stilling til de teknologier, som frembringer varmen (kedler, fyr mv.), hvilket ville svare til at operere med en samlet varmetjeneste. Derudover skal det bemærkes, at der som nævnt implicit er antaget en indkomstelasticitet på 1, altså at varmeforbruget stiger med 1%, hvis boligkvadratmetrene stiger med 1%. Dette er muligvis i overkanten. For man skal huske, at en stigning i antallet af boligkvadratmetre nødvendigvis må være i form af nybyggede kvadratmetre, og varmebehovet for en "ny" kvadratmeter vil være mindre end for en "gammel" pga. bedre isoleringsstandarder mv.

Med hensyn til egenpriselasticiteten på -0.47 skal man huske på, at den formentligt ikke i særligt høj grad afspejler, at forbrugeren skruer op og ned for varmen i takt med varmeprisens udvikling, men snarere afspejler, at isoleringsstandarderne og valget af varmeteknologier påvirkes af varmepriserne.

7 Konklusion

Ud fra analyse af data samt simple estimationer, synes der at være tale om om tydelige priseffekter mht. valget mellem elapparater og andet forbrug, og mellem el og apparater. Det ser også ud til, at der for i hvert fald nogle af forbrugskomponenterne (især privat service og fødevarer) er tale om en indkomsteffekt forskellig fra 1, hvilket bl.a. "afsløres" af finanskrisen omkring 2009. Det ser endda ud til, at det er muligt at estimere både en indkomsteffekt og trendeffekt, hvor førstnævnte typisk har størst forklaringskraft, men hvor sidstnævnte bidrager til pænere residualer mv.

Mht. mere avancerede estimationer, gennemgås i notatet den såkaldte calibrated share form mht. CES-funktionerne, som gør det muligt at estimere et syv-vare nestet forbrugssystem uden de helt store konvergensproblemer. Indkomsteffekter kan så modelleres vha. såkaldte minimumsforbrug (Stone-Geary), hvilket ikke er vanskeligt at operere med, og hvilket også understøttes af GAMS/MPSGE. Trendeffekter lægges ind via mere ”almindelige” effektivitetsindeks, som de kendes fra ADAM, EMMA mv.

Dette gør det muligt at estimere de ”dybe” parametre (sigmaer og gammaer mv.) direkte, så disse kan lægges ind i IntERACT uden videre.

Der præsenteres en foretrukken estimation (Tabel 4 side 21), som virker plausibel egenskabsmæssigt, og som det anbefales at lægge ind i IntERACT.

Appendiks A. Lineariseret system

Forbrugssystemer og faktorefterspørgselssystemer ligner i høj grad hinanden rent teknisk/matematisk, og i CGE-modeller vil begge ofte blive formuleret som såkaldt nestede CES-funktioner.

CES-funktioner er meget ikke-lineære, og i praksis kan de være vanskelige at estimere, især i den nestede udgave.

I det følgende vises en lineariseret udgave af et forbrugssystem med tre forbrugskomponenter, C_1-C_3. Disse afhænger af nytten, U, og priserne P_1-P_3 (dvs. at det er kompenserede efterspørgsler). Det kan her bemærkes, at systemet lige så godt kunne beskrive faktorefterspørgsler, hvor C_1-C_3 så er efterspørgslen efter produktionsfaktorer, mens U ville være produktionsniveauet. Parametrene k_1-k_3 er skaleringskonstanter. Det skal i øvrigt også bemærkes, at formuleringen mht. U og t er matematisk ækvivalent til en formulering med effektivitetsindeks som formuleret i 2.2.[24]

$$\log(C_1) = (1+\varepsilon_{1u})\log(U) + \varepsilon_{11}\log(P_1) + \varepsilon_{12}\log(P_2) + \varepsilon_{13}\log(P_3) + \varepsilon_{1t}\,t + k_1$$

$$\log(C_2) = (1+\varepsilon_{2u})\log(U) + \varepsilon_{21}\log(P_1) + \varepsilon_{22}\log(P_2) + \varepsilon_{23}\log(P_3) + \varepsilon_{2t}\,t + k_2$$

$$\log(C_3) = (1+\varepsilon_{3u})\log(U) + \varepsilon_{31}\log(P_1) + \varepsilon_{32}\log(P_2) + \varepsilon_{33}\log(P_3) + \varepsilon_{3t}\,t + k_3$$

Et forbrugs- (eller faktorefterspørgsels-)system skal overholde nogle restriktioner for at kunne siges at repræsentere optimerende adfærd med baggrund i en almindelig nytte- (eller produktions-)funktion. Eksempelvis skal der gælde, at hvis alle priserne stiger med 1%, må efterspørgslen ikke flytte sig (når efterspørgslerne er kompenserede). Det er ikke vanskeligt at pålægge, da det blot involverer, at $\varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} + \varepsilon_{i3} = 0$, for i = 1-3. Den lidt vanskeligere restriktion er Slutsky-symmetri, som er nogle bindinger mht. krydspriselasticiteterne. Der gælder f.eks., at $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}\, s_1/s_2$, hvor s_1 og s_2 er budgetandele, dvs. andele af det samlede budget, M. Her opstår problemet så, nemlig at f.eks. $s_1 = P_1C_1/M = P_1C_1/(P_1C_1 + P_2C_2 + P_3C_3)$, dvs. at s_1 modelmæssigt er en endogen variabel, som afhænger af alle tre forbrugskomponenter. Dermed fås et simultant system, idet forbrugene afhænger af elasticiteterne, og elasticiteterne afhænger af budgetandelene, mens budgetandelene afhænger af forbrugene.

Denne afhængighed har formentlig haft betydning for, at et sådant system er blevet fravalgt til fordel for f.eks. nestet CES, eller alternativt mere fleksible funktionsformer (ofte i form af såkaldte omkostningsfunktioner). Nestningsstrukturer (separabilitet) kan lægges på i et sådant system. Hvis eksempelvis C_3 er taget ud i sit eget nest, svarer det til, at $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{23}$, dvs. at P_3 påvirker C_1 og C_2 på samme måde (relativt set).

Nytten U kan man approksimere vha. realforbruget, som anvist i afsnit 2.

Ovenstående leder til følgende estimationsprocedure:

1. Beregn tidsserier for de observerede budgetandele, s_1-s_3, ud fra de observerede mængder og priser på forbrugskomponenterne.
2. Beregn en tidsserie for nytten, U, ud fra tal for budgettet, M, og et konstrueret prisindeks, som aggregerer de tre forbrugerpriser, P_1-P_3.

[24] Der ville blot være tale om en simpel omparametrisering af de parametre, som hører til nytten og tiden, så man ville få nøjagtigt det samme fit.

3. Estimér systemet giver dette U, og givet parametrene ε_{1u}, ε_{2u}, ε_{3u}, ε_{12}, ε_{13} og ε_{23}, samt de tre skaleringsparamtre k_1-k_3. Evt. kan man starte med at sætte ε_{1u} = ε_{2u} = $\varepsilon_{3u} = 0$, svarende til at alle indkomsteffekterne er 1. I systemet udnyttes Slutsky-symmetrien, f.eks. at $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}\, s_1/s_2$. I første omgang bruges observerede tal for budgetandelene, jf. punkt (2). Derudover udnyttes, at $\varepsilon_{i1} + \varepsilon_{i2} + \varepsilon_{i3} = 0$, for i = 1-3. Alt i alt estimeres altså kun 9 frie parametre (6 hvis alle indkomsteffekterne er 1). Der kan pålægges separabilitet, f.eks. at $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{23}$. I givet fald bliver der en parameter mindre.

Når punkt (3) er foretaget og parametrene er estimeret, beregnes tidsserier for budgetandelene i punkt (1) igen, men nu givet de *forudsagte* værdier for C_1-C_3. Dernæst beregnes en tidsserie for nytten, U, ved år for år at få ligningen $M = P_1\, \mathrm{C}_1(U, P_1, P_2, P_3) + P_2\, \mathrm{C}_2(U, P_1, P_2, P_3) + P_3\, \mathrm{C}_3(U, P_1, P_2, P_3)$ til at stemme, for givne estimerede parametre i funktionerne $\mathrm{C}_1()$, $\mathrm{C}_2()$ og $\mathrm{C}_3()$, dvs. det log-lineære forbrugssystem. Dette svarer til punkt (2), og derefter estimeres i punkt (3).

Dette gentages, indtil budgetandelene i (1) og nytten i (2) ikke flytter sig længere. Der er en enkelt hage ved ovenstående procedure, nemlig at det indebærer, at krydspriselasticiteterne over diagonalen er konstante over tid, mens krydspriselasticiteterne under diagonalen bevæger sig med budgetandelene. Eksempelvis gælder der:

$$\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}\, s_1/s_2$$

Dvs. at ε_{12} er konstant over tid, mens ε_{21} afhænger af udviklingen i forholdet mellem s_1 og s_2, hvilket igen afhænger af udviklingen i forholdet mellem C_1 og C_2. For at undgå denne asymmetri mht. hvordan elasticiteterne bevæger sig, og få noget, som minder mere om hvad man får med en nestet CES, foreslås følgende alternative formulering (her for vare 1 og 2):

$$\varepsilon_{12} = \sqrt{s_2/s_1}\;\alpha_{12}$$

$$\varepsilon_{21} = \sqrt{s_1/s_2}\;\alpha_{12}$$

I denne vil både ε_{12} og ε_{21} bevæge sig over tid, og der gælder stadigvæk, at $\varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}\, s_1/s_2$, eller formuleret på en anden måde: at $\varepsilon_{21}/\varepsilon_{12} = s_1/s_2$. Estimationsmæssigt er det nu α_{12} som estimeres i stedet for som tidligere ε_{12}. Af de to relationer ses f.eks., at hvis s_1 stiger relativt til s_2, vil ε_{12} falde og ε_{12} stige, og de to elasticiteter fordeler så at sige påvirkningen fra budgetandelene mellem sig.

Hvis der i denne skal pålægges separabilitet, kan det nu kun gøres i et enkelt år, eksempelvis sidste estimationsår. Separabiliteten vil således ikke gælde over hele perioden, og nøjagtigt samme problem (hvis det overhovedet skal opfattes som et problem) fås ved brug af omkostningsfunktioner i stedet for nestet CES. I praksis er problemet ikke særligt generende, med mindre budgetandelene bevæger sig virkeligt meget over tid.

Ligningssystemet kommer til at se ud som følger:

$$\log(C_1) = (1+\varepsilon_{1u})\log(U) - \left(\sqrt{s_2/s_1}\ \alpha_{12} + \sqrt{s_3/s_1}\ \alpha_{13}\right)\log(P_1) + \sqrt{s_2/s_1}\ \alpha_{12}\log(P_2) + \sqrt{s_3/s_1}\ \alpha_{13}\log(P_3) + \varepsilon_{1t}\, t + k_1$$

$$\log(C_2) = (1+\varepsilon_{2u})\log(U) + \sqrt{s_1/s_2}\ \alpha_{12}\log(P_1) - \left(\sqrt{s_1/s_2}\ \alpha_{12} + \sqrt{s_3/s_2}\ \alpha_{23}\right)\log(P_2) + \sqrt{s_3/s_2}\ \alpha_{23}\log(P_3) + \varepsilon_{2t}\, t + k_2$$

$$\log(C_3) = (1+\varepsilon_{3u})\log(U) + \sqrt{s_1/s_3}\ \alpha_{13}\log(P_1) + \sqrt{s_2/s_3}\ \alpha_{23}\log(P_2) - \left(\sqrt{s_1/s_3}\ \alpha_{13} + \sqrt{s_2/s_3}\ \alpha_{23}\right)\log(P_3) + \varepsilon_{3t}\, t + k_3$$

Pålægges separabilitet mht. C_3, skal der gælde at

$$\sqrt{s_3/s_1}\ \alpha_{13} = \sqrt{s_3/s_2}\ \alpha_{23}$$

Det svarer til, at der er en ensartet påvirkning fra P_3 over på C_1 hhv. C_2. Den kan også skrives som følger:

$$\alpha_{23} = \frac{\sqrt{s_3/s_1}}{\sqrt{s_3/s_2}}\ \alpha_{13} = \sqrt{s_2/s_1}\,\alpha_{13}$$

Denne kan ikke bringes til at holde generelt, dvs. for hvert eneste år, men kan eksempelvis pålægges i sidste estimationsår, f.eks. i form af følgende:

$$\alpha_{23} = \sqrt{\overline{s_2}/\overline{s_1}}\,\alpha_{13}$$

Her er $\overline{s_1}$ og $\overline{s_2}$ budgetandele i sidste estimationsår. I den iterative estimationsprocedure kan man blot beregne $\overline{s_1}$ og $\overline{s_2}$ lige efter punkt (1).

At elasticiteterne varierer over tid er der ikke noget underligt i: det gør de også hvis man f.eks. bruger nestet CES. Som det ses af ligningssystemet, er der i alt 9 parametre, hvilket svarer til antallet af parametre i en såkaldt fleksibel funktionsform, nemlig $n\ (n+3)\ /\ 2 = 9$, hvis $n = 3$. Dette svarer til, at nyttefunktionens andenafledede alle kan variere uafhængigt.

Dette system er ganske anvendeligt, men der vist sig at være i hvert fald én hage ved det. Hvis systemet skal bindes op til at efterligne f.eks. en givet nestet CES-nestningsstruktur, bliver sammenhængene mellem sigmaerne i dette CES-system og elasticiteterne i det lineariserede system komplekse. Faktisk bliver de hurtigt så komplekse, at en del af fordelen ved et lineariseret system mistes, i hvert fald hvis man ønsker at dette system skal kunne sammenlignes med og testes af mod forskellige CES-nestningsstrukturer og/eller indlægges i en CGE-model i form af nestet CES (f.eks. MPSGE):

Appendiks B. Aggregering til IntERACT-forbrugsgrupper.

De 74 forbrugskategorier aggregeres til de følgende IntERACT-typer:

- foodbv (fødevarer)
- stdgds (andre varer)
- housng (bolig)
- elcapp1 (el)
- elcapp2 (elapparater)
- heatng (opvarmning)
- transp1 (benzin)
- transp2 (biler)
- prvsrv (privat service)

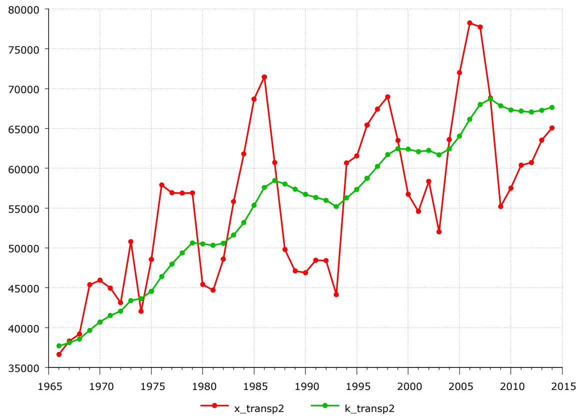
Aggregeringsnøglen er som følger:

- `foodbv,  //"Bread and cereals"`
- `foodbv,  //"Meat"`
- `foodbv,  //"Fish"`
- `foodbv,  //"Eggs"`
- `foodbv,  //"Milk, cream, yoghurt etc."`
- `foodbv,  //"Cheese"`
- `foodbv,  //"Oils and fats"`
- `foodbv,  //"Fruit and vegetables except potatoes"`
- `foodbv,  //"Potatoes etc."`
- `foodbv,  //"Sugar"`
- `foodbv,  //"Ice cream, chocolate and confectionery"`
- `foodbv,  //"Foodbv products n.e.c."`
- `foodbv,  //"Coffee, tea and cocoa"`
- `foodbv,  //"Mineral waters, soft drinks, fruit and vegetable juices"`
- `foodbv,  //"Spirits and wine"`
- `foodbv,  //"Beer"`
- `foodbv,  //"Tobacco etc."`
- `stdgds,  //"Articles of clothing"`
- `stdgds,  //"Cleaning, repair and hire of clothing"`
- `stdgds,  //"Footwear"`
- `housng,  //"Actual rentals for housnging"`
- `housng,  //"Imputed rentals for housnging"`
- `housng,  //"Maintenance and repair of the dwelling"`
- `housng,  //"Refuse collection, other prvsrvices n.e.c."`
- `housng,  //"Water supply and sewerage prvsrvices"`
- `elcapp1,  //"Electricity"`
- `heatng,  //"Gas"`
- `heatng,  //"Liquid fuels"`
- `heatng,  //"District heating etc."`
- `stdgds,  //"Furniture and furnishings, carpets and other floor coverings"`
- `stdgds,  //"Housngehold textiles"`
- `elcapp2,  //"Major housngehold appliances whether electric or not and small electric housngehold appliances"`
- `elcapp2,  //"Repair of major housngehold appliances"`
- `stdgds,  //"Glassware, tableware and housngehold utensils"`
- `stdgds,  //"Tools and equipment for housnge and garden"`
- `stdgds,  //"Non-durable housngehold stdgdss"`
- `prvsrv,  //"Domestic prvsrvices and housngehold prvsrvices"`
- `stdgds,  //"Pharmaceutical products and other medical products"`
- `stdgds,  //"Therapeutic appliances and equipment"`
- `prvsrv,  //"Out-patient prvsrvices"`

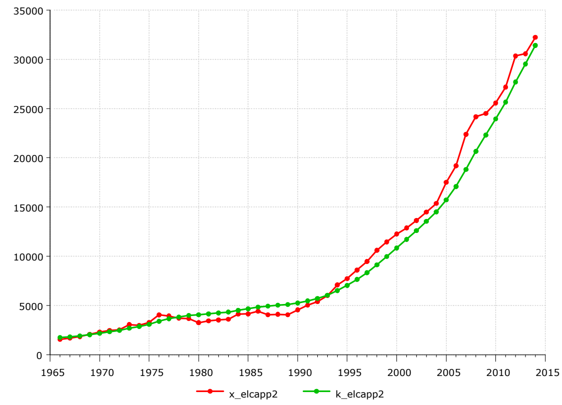
- prvsrv, //"Hospital prvsrvices"
- transp2, //"Purchase of vehicles"
- transp2, //"Spare parts, accessories, maintenance and repair of personal transpsport equipment"
- transp1, //"Fuels and lubricants for personal transpsport equipment"
- prvsrv, //"Other prvsrvices in respect of personal transpsport equipment"
- transp2, //"Transpsport prvsrvices"
- prvsrv, //"Postal prvsrvices"
- elcapp2, //"Telephone and data communication equipment"
- prvsrv, //"Telephone and data communication prvsrvices"
- elcapp2, //" Radio and television sets etc."
- elcapp2, //"Photographic equipment etc."
- elcapp2, //"Data processing equipment"
- stdgds, //"Recording media for pictures and sound"
- elcapp2, //"Repair of a/v and data processing equipment"
- stdgds, //"Other major durables for recreation and culture"
- stdgds, //"Other recreational items and equipment, gardens and pets"
- prvsrv, //"Recreational and cultural prvsrvices"
- stdgds, //"Books, newspapers, periodicals and miscellaneous printed matter"
- stdgds, //"Stationery and drawing materials etc."
- prvsrv, //"Package holidays"
- prvsrv, //"Education"
- prvsrv, //"Catering"
- prvsrv, //"Accommodation prvsrvices"
- prvsrv, //"Hairdressing salons and personal grooming establishments"
- stdgds, //"Appliances, articles and products for personal care"
- stdgds, //"Jewellery, clocks and watches"
- stdgds, //"Other personal effects"
- prvsrv, //"Retirement homes, day-care centres etc."
- prvsrv, //"Kindergartens, creches etc."
- prvsrv, //"Insurance"
- prvsrv, //"Financial prvsrvices n.e.c."
- prvsrv, //"Other prvsrvices n.e.c."
- prvsrv, //"Consumption by non-residents on the economic territory"
- prvsrv; //"Consumption by residents in the ROW"

Appendiks C. Konstruktion af kapitalapparater

Biler



Apparater

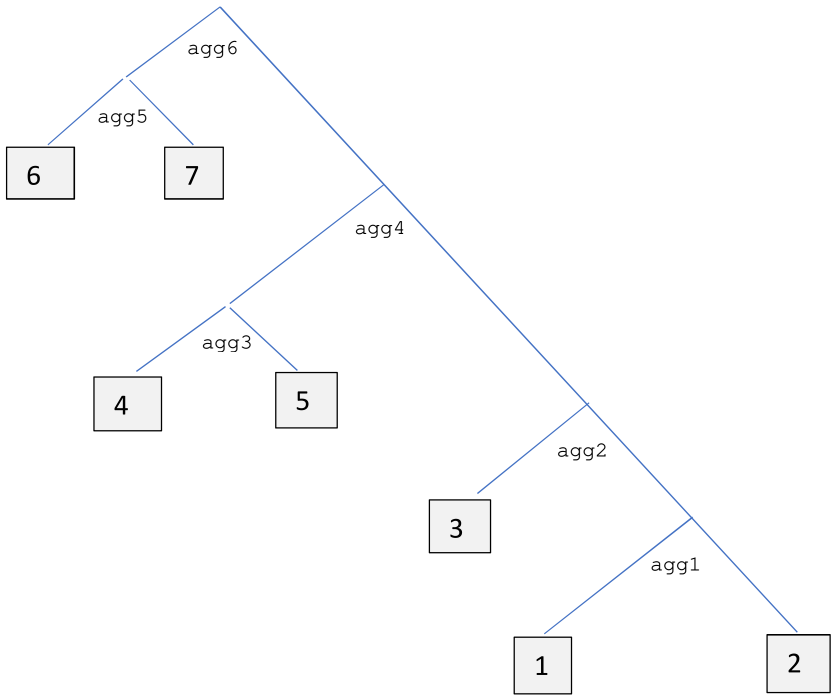


De røde grafer ovenfor viser de rå tal, dvs. bilkøb og apparatkøb. Disse tal kan opfattes som bruttoinvesteringstal, og nytten må for sådanne varige goders vedkommende formodes at knytte sig til beholdningen/kapitalapparatet, snarere end til strømstørrelsen.

Disse kapitaltal er vist ovenfor som de grønne kurver (de grønne kurver er skaleret, så de har samme niveau som de røde). For at danne kapitalapparaterne, er det nødvendigt at have et udgangspunkt, og her er det valgt at danne disse udgangspunkter ud fra antagede levetider for elapparater på otte år, og for biler på ti år. På den måde kan der dannes et udgangspunkt for kapitalapparaterne, som derefter skrives frem og tilbage vha. afskrivningsrater. Disse afskrivningsrater er så sat som hhv. 12.5% for elapparater og 10% for biler, hvilket afspejler de antagede levetider.

Appendiks D. Estimationsligninger

Estimationsligningerne er maskingenererede, i den forstand at et program danner konkrete TSP-ligninger ud fra en given nestningsstruktur. I ligningerne er nestningsstrukturen følgende (variablerne er her repræsenteret ved tallene 1-7):



I estimationsligningerne dannes først aggregrede CES-priser, dvs. pc_agg1-pc_agg6 (den sidste er kun med for fuldstændighedens skyld). Mht. pc_agg1, indgår der pc1 og pc2 (priserne på c1 og c2), men derudover er der en række variabler som starter med 'o'. Det er kalibreringskonstanter, som svarer til faste værdier af variablerne i sidste estimationsår, jf. den såkaldte calibrated share form af CES-funktioner (http://www.gamsworld.org/mpsge/debreu/ces.pdf). Eksempelvis er opc1 værdien af pc1 i sidste estimationsår, mens oc1 er værdien af c1 i sidste estimationsår. Ligningen har kun brug for disse og substitutionselasticiteten sigmac1. Variablerne med 'o' bestemmer således niveauer og budgetandele i sidste estimationsår, og sådan som de aggregerede priser er skrevet op, vil disse få værdien 1 i dette år.

Mængdeaggregaterne hedder tilsvarende c_agg1-c_agg6, og de kører lidt på samme måde som de aggregerede priser. Det bemærkes her, at variablen u er nytten, hvilket vi i estimationerne fortolker som realforbruget, dvs. det samlede forbrug i faste priser (deflateret).

Endelig er der selve de 7 efterspørgselsligninger, lc1w-lc2w. Her betyder 'l' blot, at der tages logaritmer, og 'w' at der er tale om ønskede/langsigtede niveauer. Det er disse ligninger, som er de ønskede niveauer i fejlkorrektionsligningerne. Det bemærkes, at hver af disse ligninger er divideret med et effektivitetsindeks, eff{i}. Senere i TSP-programmet erstattes alle p{i} også af p{i}/eff{i}, hvorved systemet er blevet effektivitetsudvidet.

Det hele giver (når ligningerne indsættes i hinanden) et system af ret lange ligninger for lc1w-lc7w, men systemet har en virkeligt rar egenskab, som også nævnt tidligere. I sidste estimationsår vil systemet af ligninger af sig selv ramme de faktisk størrelser af forbrugene (dvs. oc1-oc7), uanset hvad sigmaerne sættes til. Dermed får estimationerne et godt udgangspunkt (startværdier), og i estimationerne sættes oc1-oc7 derefter fri (sammen med sigmaerne), sådan at niveauerne for c1-c7 ikke nødvendigvis er låst i sidste estimationsår.

Ligningerne er maskingenererede, så der er ikke tale om at skrive dem op i hånden.

```
frml h1 pc_agg1 = (((opc1 * oc1) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2)) * (pc1/opc1)**( 1 - sigmac1) + (1 - ((opc1 * oc1) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2))) * (pc2/opc2)**( 1 - sigmac1))**( 1 / (1 - sigmac1));

frml h3 pc_agg2 = (((opc1 * oc1 + opc2 * oc2) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3)) * (pc_agg1/1.0)**( 1 - sigmac2) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3))) * (pc3/opc3)**( 1 - sigmac2))**( 1 / (1 - sigmac2));

frml h5 pc_agg3 = (((opc4 * oc4) / (opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (pc4/opc4)**( 1 - sigmac4) + (1 - ((opc4 * oc4) / (opc4 * oc4 + opc5 * oc5))) * (pc5/opc5)**( 1 - sigmac4))**( 1 / (1 - sigmac4));

frml h7 pc_agg4 = (((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (pc_agg2/1.0)**( 1 - sigmac3) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5))) * (pc_agg3/1.0)**( 1 - sigmac3))**( 1 / (1 - sigmac3));

frml h9 pc_agg5 = (((opc6 * oc6) / (opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (pc6/opc6)**( 1 - sigmac6) + (1 - ((opc6 * oc6) / (opc6 * oc6 + opc7 * oc7))) * (pc7/opc7)**( 1 - sigmac6))**( 1 / (1 - sigmac6));

frml h11 pc_agg6 = (((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5 + opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (pc_agg4/1.0)**( 1 - sigmac5) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5 + opc6 * oc6 + opc7 * oc7))) * (pc_agg5/1.0)**( 1 - sigmac5))**( 1 / (1 - sigmac5));

frml h8 c_agg4 = ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (u/ou) * (((((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5 + opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (pc_agg4/1.0)**( 1 - sigmac5) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5 + opc6 * oc6 + opc7 * oc7))) * (pc_agg5/ 1.0)**( 1 - sigmac5))**( 1 / (1 - sigmac5)))/(pc_agg4/1.0))**(sigmac5);

frml h4 c_agg2 = ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3)) * (c_agg4/(opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (((((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (pc_agg2/1.0)**( 1 - sigmac3) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5))) * (pc_agg3/ 1.0)**( 1 - sigmac3))**( 1 / (1 - sigmac3)))/(pc_agg2/1.0))**(sigmac3);

frml h2 c_agg1 = ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2)) * (c_agg2/(opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3)) * (((((opc1 * oc1 + opc2 * oc2) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3)) * (pc_agg1/1.0)**( 1 - sigmac2) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3))) * (pc3/ opc3)**( 1 - sigmac2))**( 1 / (1 - sigmac2)))/(pc_agg1/1.0))**(sigmac2);

frml e1 lc1w = log( (1/eff1) * (oc1) * (c_agg1/(opc1 * oc1 + opc2 * oc2)) * (((((opc1 * oc1) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2)) * (pc1/opc1)**( 1 - sigmac1) + (1 - ((opc1 * oc1) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2))) * (pc2/ opc2)**( 1 - sigmac1))**( 1 / (1 - sigmac1)))/(pc1/opc1))**(sigmac1) + (gamma1+ggamma1*(log(u/ou))) );

frml e2 lc2w = log( (1/eff2) * (oc2) * (c_agg1/(opc1 * oc1 + opc2 * oc2)) * (((((opc1 * oc1) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2)) * (pc1/opc1)**( 1 - sigmac1) + (1 - ((opc1 * oc1) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2))) * (pc2/ opc2)**( 1 - sigmac1))**( 1 / (1 - sigmac1)))/(pc2/ opc2))**(sigmac1) + (gamma2+ggamma2*(log(u/ou))) );

frml e3 lc3w = log( (1/eff3) * (oc3) * (c_agg2/(opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3)) * (((((opc1 * oc1 + opc2 * oc2) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3)) * (pc_agg1/1.0)**( 1 - sigmac2) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3))) * (pc3/ opc3)**( 1 - sigmac2))**( 1 / (1 - sigmac2)))/(pc3/ opc3))**(sigmac2) + (gamma3+ggamma3*(log(u/ou))) );

frml h6 c_agg3 = ((opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (c_agg4/(opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (((((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3) / (opc1 * oc1 + opc2 *
```

```
oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (pc_agg2/1.0)**( 1 - sigmac3) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5))) * (pc_agg3/ 1.0)**( 1 - sigmac3))**( 1 / (1 - sigmac3)))/(pc_agg3/ 1.0))**(sigmac3);

frml e4 lc4w = log( (1/eff4) * (oc4) * (c_agg3/(opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (((((opc4 * oc4) / (opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (pc4/opc4)**( 1 - sigmac4) + (1 - ((opc4 * oc4) / (opc4 * oc4 + opc5 * oc5))) * (pc5/ opc5)**( 1 - sigmac4))**( 1 / (1 - sigmac4)))/(pc4/opc4))**(sigmac4) + (gamma4+ggamma4*(log(u/ou))) );

frml e5 lc5w = log( (1/eff5) * (oc5) * (c_agg3/(opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (((((opc4 * oc4) / (opc4 * oc4 + opc5 * oc5)) * (pc4/opc4)**( 1 - sigmac4) + (1 - ((opc4 * oc4) / (opc4 * oc4 + opc5 * oc5))) * (pc5/ opc5)**( 1 - sigmac4))**( 1 / (1 - sigmac4)))/(pc5/ opc5))**(sigmac4) + (gamma5+ggamma5*(log(u/ou))) );

frml h10 c_agg5 = ((opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (u/ou) * (((((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5 + opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (pc_agg4/1.0)**( 1 - sigmac5) + (1 - ((opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5) / (opc1 * oc1 + opc2 * oc2 + opc3 * oc3 + opc4 * oc4 + opc5 * oc5 + opc6 * oc6 + opc7 * oc7))) * (pc_agg5/ 1.0)**( 1 - sigmac5))**( 1 / (1 - sigmac5)))/(pc_agg5/ 1.0))**(sigmac5);

frml e6 lc6w = log( (1/eff6) * (oc6) * (c_agg5/(opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (((((opc6 * oc6) / (opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (pc6/opc6)**( 1 - sigmac6) + (1 - ((opc6 * oc6) / (opc6 * oc6 + opc7 * oc7))) * (pc7/ opc7)**( 1 - sigmac6))**( 1 / (1 - sigmac6)))/(pc6/opc6))**(sigmac6) + (gamma6+ggamma6*(log(u/ou))) );

frml e7 lc7w = log( (1/eff7) * (oc7) * (c_agg5/(opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (((((opc6 * oc6) / (opc6 * oc6 + opc7 * oc7)) * (pc6/opc6)**( 1 - sigmac6) + (1 - ((opc6 * oc6) / (opc6 * oc6 + opc7 * oc7))) * (pc7/ opc7)**( 1 - sigmac6))**( 1 / (1 - sigmac6)))/(pc7/ opc7))**(sigmac6) + (gamma7+ggamma7*(log(u/ou))) );

dot 1-22;

  eqsub e1 h1-h11;

  eqsub e2 h1-h11;

  eqsub e3 h1-h11;

  eqsub e4 h1-h11;

  eqsub e5 h1-h11;

  eqsub e6 h1-h11;

  eqsub e7 h1-h11;

enddot;

dot 1-7;

  frml g. pc. = pc./eff.;

enddot;

dot 1-7;

  eqsub e. g1-g7;

enddot;
```