IntERACT MODEL

WORKING PAPER NO. 19

14. January 20198

Forenklet CGE-model til fortolkning af cost-benefit-beregninger Version 1

Abstract:

The paper deals with the question of welfare losses in the context of different tax instruments, etc., including distorting effects (deadweight losses) on the goods and labor markets. The primary conclusion of the paper is that it is possible to make quite a lot of advances regarding the bridging of simple partial cost benefit (consumer surplus) calculations, and the more theoretically rigorous results of complicated CGE models. The paper builds upon a model analyzed by Ruud de Mooij (2000), trying to understand labour and goods tax distortions, the so-called net tax factor, income tax versus lump sum financing, etc. In addition, the model sheds light on the concept of the labour supply elasticity, which is less well-defined than one might think. Important effects like imperfect competition, exchange rates, heterogenous households, progression in income taxes, etc., are not dealt with in the paper, instead focusing on a firm grasp of the still quite complicated effects concerning tax distortions and labour supply.

The work has been carried out by T-T Analyse (Thomas Thomsen).

Indhold

1 Indledning

Målinger af velfærdsændringer ved forskellige tiltag (konsekvensanalyser) kan laves på mange måder. De simpleste er vha. approksimationer og tommelfingerregler, typisk lavet i regneark og typisk partielle (ved at det ofte kun er ét marked, som betragtes). Sådanne analyser kaldes cost-benefit-beregninger eller beregninger af trekantstab. De mest ambitiøse former for samfundsøkonomiske analyser er vha. dynamiske CGE-modeller, som kræver opstilling og kalibrering af et stort modelapparat, og hvor nytteændringerne typisk rapporteres i form af den såkaldte ækvivalerende variation (EV).

Imellem disse ekstremer befinder sig statiske CGE-modeller, herunder lineariserede udgaver af disse. Hvis antallet af forbrugsgrupper og erhverv holdes nede, kan sådanne modeller bygge bro mellem regnearksberegningerne og beregninger i en større (evt. dynamisk) CGE-model.

Regnearksberegningerne er nemme i den forstand, at beregningerne rekursive, og der er ingen parametre at kalibrere. Der kan være elasticiteter at tage stilling til, med hensyn til, hvordan en given vare reagerer på f.eks. afgiftsændringer, men hvis varen har en beskeden budgetandel, er dette ikke særligt kompliceret at lægge ind i regnearket. Til gengæld kan fortolkningerne være problematiske, især hvis der skal indfortolkes effekter på arbejdsudbuddet mv.

Beregninger i en stor (evt. dynamisk) CGE-model er i sagens natur komplicerede. Der er parametre, som skal fastlægges, og andre skal kalibreres, og det er ikke sikkert, at modellen har et eksplicit EV-mål som en del af output, når der laves konsekvensanalyser (især i dynamiske modeller kan dette være tilfældet). Og selv om man har EV-målet, kan dette være vanskeligt at forstå og dekomponere, hvis modellen er tilstrækkeligt kompliceret.

Tanken med nærværende notat er at opstille en 'mellemdetaljeret' model, som på den ene side er forenklet nok til, at den kan forstås i detaljer, og på den anden side er detaljeret nok til at kunne give indsigter om væsentlige spørgsmål, herunder nettoafgiftsfaktor, skatteforvridning mv. På den måde vil den kunne fungere som trædesten mellem regnearksberegningerne og en fuld (evt. dynamisk) CGE-model. Man vil bl.a. kunne få en idé om, hvornår regnearksberegningerne er tilstrækkeligt præcise, og hvornår de er misvisende og bør korrigeres (og hvordan).

Den opstillede model er inspireret af Mooij (2000), kapitel 3, som modellerer en lille åben økonomi, hvor indenlandske producenter er pristagere på verdensmarkedet.[1] Den model var bl.a. inspirationskilde til opskrivningen af den såkaldte mini-DREAM (brugt til Klimakommissionen, Stephensen et al. (2010)[2]), og modellens ligninger er helt standard for den type modeller. Det egentligt nye ved Mooijs model er nok, at han formåede at linearisere og løse den analytisk, og derved kunne han give eksplicitte svar på en række spørgsmål. Til vores anvendelse er der dog i hvert fald tre udfordringer mht. Mooijs model:

[1] R.A. de Mooij: *Environmental Taxation and the Double Dividend* (2000), Elsevier.

[2] Peter Stephensen, Martin Aarøe Christensen og Thomas Thomsen: "En lille generel ligevægtsmodel med energitjenester", DREAM-arbejdspapir, 2010.

- Det første er, at modellen ikke opererer med værdiafgifter, herunder moms (ej heller er der mængdeafgifter på den ikke-forurenende vare). Dette er vigtigt mht. diskussionen af nettoafgiftsfaktor mv., så derfor udbygges modellen med dette.[3]
- Derudover opererer Mooij ikke med lump-sum transfereringer mht. at lukke den offentlige saldo og bruger i stedet indkomstskattesatsen til dette. I nærværende notat vil vi se på begge disse finansieringsmuligheder.
- Endelig kan man diskutere Mooijs valg af nyttefunktion mht. substitution mellem varer og fritid. Mooij vælger en homotetisk CES-funktion, hvor indkomsteffekterne er låst på forhånd. Alternativer til dette gennemgås i notatet.[4]

Ud over dette kan Mooij-modellens notation med fordel forbedres, så den bliver mere intuitiv. Som en del af dette skrives modellen eksplicit op i niveau, hvilket gør lineariseringerne nemmere at forstå efterfølgende. Ellers kan den lineariserede model være svær at overskue mht. hvilke ligninger der egl. ligger til grund.

I niveau-udgaven bruges som CES-funktioner såkaldt calibrated share form, da denne formulering gør kalibrering af CES-parametre meget nemmere (faktisk overflødig). Den lineariserede ændringsudgave ligner Mooij-modellen (bortset fra mindre ændringer i nomenklatur), og det tjekkes at notatets model reproducerer de numeriske resultater vist i kapitel 3 i Mooij (2000). Den lineariserede model, udbygget med de ovennævnte punkter, er indarbejdet i et regneark inkl. opgaver, som er udgivet sammen med nærværende notat.

Mooij-modellen er fra en overfladisk betragtning ret simpel. Der er én producent, som vha. inputvarer og arbejdskraft producerer (uspecificerede) outputvarer. Disse varer transformeres til tre typer: inputvarer (i produktionen) samt to slags nyttebærende forbrugsvarer.[5] Udover de to forbrugsvarer har husholdningerne et ”forbrug” af fritid, som også giver nytte. Fritidsforbruget og arbejdsudbuddet er tilsammen begrænset af forbrugerens samlede ”endowment” af arbejdstimer, hvilket er en helt standard måde at modellere fritid/arbejdsudbud på.

Inputvarer i produktionen og den ene af forbrugsvarerne fortolkes som de varer, der forsøges påvirket af forskellige tiltag. I miljømæssigt øjemed kan de opfattes som energivarer eller forurenende varer.

Modellerne opskrives og køres umiddelbart i Gekko[6] (og i regneark), men kunne lige så godt køre i GAMS eller lignende.

Som nævnt ovenfor, bruger Mooij i sin analyse en homotetisk nyttefunktion mht. valget mellem varer og fritid. I dette notat er der mulighed for at styre fritidsforbrugets indkomstelasticitet, hvilket foregår vha.

---

[3] Der er også andre mangler, som Mooij selv addresserer i senere kapitler, f.eks. kapitaldannelse og udenrigshandel/bytteforholdseffekter. Sådanne generaliseringer foretages ikke i nærværende notat, men kunne være et emne for en eventuel udvidelse.

[4] Eksempelvis kunne nyttefunktionen mellem varer og fritid formuleres som værende additivt separabel (AS), så der ikke er nogen indkomsteffekter på fritidsforbruget ved en stigning i nytteniveauet. I notatet vil vi se på en hybrid af CES og AS, nemlig den såkaldte Stone-Geary-nyttefunktion.

[5] Fortolkningsmæssigt kan man forestille sig, at (nogle af) de producerede varer sælges på et verdensmarked, hvorfra virksomhederne køber inputvarer og forbrugerne køber forbrugsvarer.

[6] www.t-t.dk/gekko

parameteren φ_V (som korresponderer med et ”minimums-fritidsforbrug”, γ_V), og derved bliver formuleringen fleksibel nok til, at man kan mht. arbejdsudbuddet vælge indkomsteffekten og arbejdsudbudselasticiteten uafhængigt. Som specialtilfælde har denne formulering altså både den almindelige homotetiske CES og en såkaldt additivt separabel (AS) funktionsform, hvor arbejdsudbuddets indkomsteffekt er nul.[7]

Notatet adresserer nogle spørgsmål om samfundsøkonomiske beregningsmetoder, som har været diskuteret i hvert fald i tyve år eller mere, og det det er håbet, at tilgangen i notatet kan kaste lys over nogle af problemstillingerne, eller i det mindste tjene som inspiration mht. hvordan man kommer videre. Notatet har været noget tid undervejs, og undervejs i processen er der indhøstet forskellige erkendelser, som notatet er forsøgt udvidet med. Derfor bærer notatet i nogen grad præg af knopskydning og kunne nok i princippet fortjene at blive omstruktureret eller måske ligefrem skrevet om fra bunden. På den anden side vil det også være interessant at se, om noget af indholdet kan bruges i praksis. For på forhånd at tage forbehold for eventuelle fremtidige udvidelser og korrektioner, og for at antyde at notatet bør ses som en proces snarere end som et færdigt produkt, benævnes det derfor ”version 1”.

[7] Specialtilfældene rammes for små ændringer i relative priser mv., dvs. de lineariserede udgaver af modellen. Den additivt separable (AS) funktionsform mellem varer og fritid kunne indbygges eksplicit i modellerne, men det er praktisk i stedet at operere med CES udvidet med minimumsforbrug (Stone-Geary-specifikation), som er generel nok til at fange AS-egenskaberne.

2 Model i niveau

I det følgende gennemgås den model, der tages udgangspunkt i i resten af notatet. Først gives en oversigt over modellens variabler. Nomenklaturen følger Mooij (2000) langt hen ad vejen, dog med eksplicitte variabler for både netto- og markedspriser (herunder før- og efter-skat løn).

Tabel 1. Oversigt over variabler

Endogene		**Eksogene**	
U	Nytte	*G*	Offentligt forbrug
V	Fritid	*Tr*	Lump-sum transfereringer
Q	Aggregeret vareforbrug	Pn_D	Nettopris på *D*
D	Forbrug af 'dirty' varer	Pn_C	Nettopris på *C*
C	Forbrug af 'clean' varer	Pn_E	Nettopris på *E*
Y	Produktion	Pn_Y	Nettopris på *Y*
L	Arbejdsudbud	Pn_G	Nettopris på *G*
E	Vareinput i produktionen (energi)	t_E	Mængdeafgift på *E*
Wd	Løn efter skat ('d' for disponibel)	t_D	Mængdeafgift på *D*
W	Løn før skat	t_C	Mængdeafgift på *C*
P_Q	Markedspris på *Q*	t_{VAT}	Momssats
P_D	Markedspris på *D*		
P_C	Markedspris på *C*		
P_E	Markedspris på *E*		
t	Indkomstskattesats		

Producenterne minimerer for given produktion/afsætning omkostningerne til arbejdskraft og inputvarer (energiinput). Det giver følgende faktorefterspørgsler:

$$L = \mathrm{L}(Y, W, P_E) \tag{1}$$

$$E = \mathrm{E}(Y, W, P_E) \tag{2}$$

Altså afhænger efterspørgslen af produktionen *Y*, lønnen før skat W og energiprisen P_E. Faktorefterspørgslen stammer fra produktionsfunktionen $Y = F(L, E)$, med tilhørende substitutionselasticitet σ_{LE}. Ligningerne (1) og (2) er almindelige CES-ligninger.

Mht. forbrugerne vælges en nestet CES-funktion, som i det øverste nest er udvidet med en Stone-Geary-formulering, dvs. $U = \mathrm{U}(Q, V - \gamma_V)$, hvor Q er et vareaggregat, V er fritiden og γ_V er minimumsforbruget i fritiden, svarende til en Stone-Geary-specifikation, jf. senere diskussioner (eller appendikset i afsnit 14).

Forbrugerne vælger i første omgang mellem fritid og en aggregeret forbrugsvare, Q. I næste led vælges sammensætningen af den aggregerede forbrugsvare, fordelt på varerne energi og ikke-energi. De følgende ligninger er kompenserede efterspørgsler, dvs. for givet nytteniveau.

$$V = \mathrm{V}\big(U, P_Q, Wd\big) + \gamma_V \tag{3}$$

$$Q = \mathrm{Q}(U, P_Q, Wd) \tag{4}$$

U er nytten, P_Q prisen på den aggregerede vare, mens Wd er lønnen efter skat, dvs. $Wd = (1-t)W$. Leddet γ_V er Stone-Geary-minimumsforbruget, som senere bruges mht. fleksible indkomsteffekter, dvs. at V og Q ikke behøver at følges ad relativt set, når nytten U ændrer sig (Mooijs version har ikke dette led). Disse ligninger er også CES-efterspørgselsligninger, og der er en substitutionselasticitet σ_V mellem fritid og forbrugsvarer. Fordelingen af Q på D og C er givet som:

$$D = \mathrm{D}(Q, P_D, P_C) \tag{5}$$

$$C = \mathrm{C}(Q, P_D, P_C) \tag{6}$$

Her skal D forstås som 'dirty' (f.eks. energi), mens C er 'clean'. Der er en substitutionselasticitet σ_{CD} mellem de to varer, og ligningerne er igen CES-ligninger. Den aggregerede pris er givet som:

$$P_Q = \mathrm{PQ}(P_D, P_C) \tag{7}$$

Funktionen PQ() er et CES-prisindeks. Denne aggregerede pris kunne alternativt opskrives som $P_Q = (P_D\, D + P_C\, C)/Q$, men vi foretrækker CES-prisindekset, da det dermed fremgår tydeligt, at niveauet for Q ikke betyder noget for prisen (dette er ikke naturgivet, men gælder i den konkrete CES-formulering). De producerede varer *Y* sælges på et verdensmarked, hvorom der gælder:

$$Pn_Y\, Y \;=\; Pn_E\, E + \; Pn_D\, D + \; Pn_C\, C + \; Pn_G\, G \tag{8}$$

Altså går (værdien af) produktionen af *Y* til energiinput (*E*), 'dirty' forbrug (*D*), 'clean' forbrug (*C*) samt offentligt forbrug (*G*). Priserne er nettopriser, dvs. før eventuelle afgifter. Fortolkningen er, at der er tale om en lille åben økonomi, hvor *Y* sælges på verdensmarkedet, og hvor *E*, *D*, *C* og *G* købes sammesteds.[8]

Sammenhængen (8) kan opfattes som produktionsmulighedsområdet, eller den materielle balance. Nettopriserne kunne uden tab af generalitet normeres til at være 1 i udgangspunktet, og i en del af de følgende eksperimenter, vil Pn_E og Pn_D blive øget for at se, hvad der sker mht. sådanne fordyrelser.[9]

Udover (8) er der en anden materiel balance, nemlig vedr. arbejds- og fritidstimer:

---

[8] Det kan også fortolkes som, at der kun er et indenlandsk marked, men at *Y* kan transformeres frit (dvs. med uendelig substitutionselasticitet) til *E*, *D*, *C* og *G.*

[9] Eksempelvis at *E* og *D* fordyres, fordi der pålægges indenlandske krav til eksempelvis valg af teknologi. Man kunne så opfatte *E* og *D* som energitjenester, leveret af en kombination af 'brændstof' og apparater/maskiner. Fordyrelsen fortolkes som værende udelukkende indenlandsk, for hvis der var tale om en generel fordyrelse på verdensplan, skulle man også ændre i Pn_Y og de andre nettopriser. Se i øvrigt afsnit 15 mht. hvad der bestemmer disse nettopriser, dvs. hvordan de kunne endogeniseres til at følge en generel verdensmarkedspris.

$$V + L = 1 \tag{9}$$

Denne sammenhæng udtrykker, at arbejds- og fritidstimerne summer til 1, idet en sådan normering er praktisk. Konkret vælges ofte, at $V = L = 0.5$ i udgangspunktet, men Mooij opererer faktisk med $V = 0.1$. I en del situationer er denne kalibrering ligegyldig for resultaterne, jf. afsnit 3.4.

Markedspriserne er givet som følger (inputvarer i produktionen er ikke momsbelagte):

$$P_E = Pn_E + t_E \tag{10}$$

$$P_D = (Pn_D + t_D) \cdot (1 + t_{VAT}) \tag{11}$$

$$P_C = (Pn_C + t_C) \cdot (1 + t_{VAT}) \tag{12}$$

$$Wd = W \cdot (1 - t) \tag{13}$$

Outputprisen Pn_Y bestemmes ud fra virksomhedernes omkostninger,

$$Pn_Y = \mathrm{PNY}(W, P_E) \tag{14}$$

Funktionen $\mathrm{PNY}()$ er et CES-prisindeks, men outputprisen kunne alternativt opskrives som $Pn_Y = (W \cdot L + P_E \cdot E)/Y$. Det skal bemærkes, at Pn_Y er eksogent givet fra verdensmarkedet, og for givne Pn_E og t_E bestemmer ligningen således lønniveauet før skat, W. Således vil en stigning i de eksogene Pn_E eller t_E alt andet lige presse faktorindkomsten (dvs. i denne simple model: lønnen W) ned, for ellers er vil varerne ikke kunne afsættes på verdensmarkedet.

Husholdningernes budget (udgifter og indtægter) er givet som:

$$P_Q Q = Wd \cdot L + Tr \tag{15}$$

Her kunne venstresiden erstattes af den ækvivalente $P_D\, D + P_C\, C$. Det skal her bemærkes, at der her i modsætning til Mooij udvides med muligheden for lump-sum-transfereringer (*Tr*).[10]

Modellen har 15 ligninger (ligningerne (1)-(15)) og 15 endogene. Mooij lukker modellen vha. *t* (indkomstskattesatsen). Så hvis der f.eks. iværksættes et tiltag, som genererer offentlige indtægter (f.eks. afgiftsprovenu på *E* eller *D*), vil *t* alt andet lige skulle sættes ned.[11]

I nærværende udgave er der dog som nævnt også mulighed for at ændre transfereringerne, og den offentlige saldo (indtægter minus udgifter) kan skrives som følger:

$$Saldo = (P_E - Pn_E) \cdot E + (P_D - Pn_D) \cdot D + (P_C - Pn_C) \cdot C - (Wd - W) \cdot L - Pn_G G - Tr \tag{16}$$

[10] Disse kan også repræsentere et indkomstskattesystem, hvor der ikke er proportionalitet mellem indkomsten og skatteprovenuet, f.eks. som følge af bundskat. Andre ikke-lønindkomster kan også repræsenteres på samme måde som *Tr* (f.eks. kapitalindtægter), men så skal man naturligvis huske, at disse ikke skal figurere i den offentlige saldo.
[11] Man kan diskutere, om det er et rimeligt instrument at bruge indkomstskattesatsen til at lukke den offentlige saldo med. Indkomstskattesatsen (marginalskatten) fungerer dels som finansieringskilde, men også som omfordelingsinstrument. Hvis satsen er sat på en måde, som i en eller anden forstand er omfordelingsmæssigt optimal (dvs. øger ligheden uden at gå alt for meget ud over arbejdsudbuddet), burde ligheds-/fordelingsaspekterne ved ændringer i skattesatsen tages med i analysen.

Bemærk her, at $-(Wd - W) \cdot L = t \cdot W \cdot L$, altså en indtægt for staten. Som modellen er formuleret, vil denne saldo vil altid gå i nul af sig selv. Dette er ikke nogen antagelse, men følger af de resterende ligninger, og ligning (16) kan opfattes som en tabelvariabel, som altid skal være 0, hvis modellens nettofordringserhvervelser ellers er rigtigt skrevet op. I nærværende notat vil vi se på to mulige lukninger af den offentlige saldo, dvs. både via indkomstskattesatsen (*t*) og via transfereringer (Tr).[12]

Endelig vil vi opstille hjælpevariablen I, som er en fritidskorrigeret efter-skat indkomst:

$$I = P_Q Q + Wd \cdot V = P_D D + P_C C + Wd \cdot V \qquad (17)$$

Dette begreb får vi brug for i senere dekomponeringer af EV-målet. Der vil i øvrigt gælde, at $I = Wd\ (V + L) + Tr = Wd\ \cdot 1 + Tr$, som er en alternativ måde at skrive dette indkomstbegreb op på (det ses ved at indsætte (15) i (17)). Det ses af den sammenhæng, at i fravær af transfereringer svarer I til det, som forbrugeren ville tjene (efter skat), hvis der slet ikke var noget fritidsforbrug ($V = 0$), svarende til at arbejde "maksimalt".

[12] Den offentlige saldo kunne også lukkes vha. det offentlige vareforbrug (*G*), men det rejser særskilte spørgsmål om nyttevirkninger af ændringer i dette mv.

3 Kalibrering af modellen

I dette afsnit ses der dels på, hvordan modellen kalibreres. Udover at kalibrere CES-funktionernes parametre, så disse funktioner rammer de ønskede niveauer, er der et særskilt og mere overordnet kalibreringsproblem, nemlig at få indkomstskat, offentlige transfereringer og offentlige udgifter til at passe sammen, dvs. de såkaldte sektorbalancer eller nettofordringserhvervelser.

Der ses først på lukning vha. offentlige udgifter (for given indkomstskattesats og niveau for transfereringer), og dernæst på lukning vha. transfereringer (for given indkomstskattesats og offentlige udgifter).

3.1 Balancer: lukning vha. offentlige udgifter

Man kan udtrykke det på den måde, at for givet offentligt varekøb ($Pn_G \cdot G$), skal der – givet at staten ikke gældsætter sig – nogle offentlige indtægter til for at finansiere dette. Disse fremkommer bl.a. via afgifter og moms på *E*, *D* og *C*, og så kunne man forestille sig, at indkomstskattesatsen *t* tilpassede sig, så den offentlige saldo balancerer. Men ofte har man en på forhånd fastsat indkomstskattesats, og så er det i modellen det offentlige varekøb, som må tilpasse sig kalibreringsmæssigt, hvis lump-sum-transfereringerne er givne (f.eks. nul).

Rent kalibreringsmæssigt har et ændret offentligt varekøb nogle realøkonomiske effekter, i og med at eksempelvis et øget *G* må medføre øget *Y* (hvis *E*, *D* og *C* er givne). I virksomhedernes nul-profit-betingelse må øget *Y* kalibreringsmæssigt give højere løn før skat (*W*), hvis *L* og *E* er givne. Og højere løn trækker højere indkomstskatteprovenu. I bund og grund er dette et simultant problem, som beskrives i det følgende. Man *kunne* løse dette vha. modelsimulationer, men i denne konkrete model er problemet ikke vanskeligere, end at det nemt kan udledes analytisk. Det skal understreges, at disse sammenhænge er kalibreringssammenhænge, og fortolkningen af dem skal ses i det lys. Vi kan starte med den materielle balance, givet som:

$$Pn_Y\, Y \;=\; Pn_E\, E + \; Pn_D\, D + \; Pn_C\, C + \; Pn_G\, G \qquad (18)$$

Derudover har vi virksomhedernes nul-profitbetingelse:

$$W \cdot L = Pn_Y Y - P_E E \qquad (19)$$

Nu kan vi indsætte den første i den sidste, hvorved der fås:

$$W \cdot L \;= Pn_E\, E + \; Pn_D\, D + \; Pn_C\, C + \; Pn_G\, G - P_E E$$

Husholdningernes budgetbalance kan skrives som følger:

$$P_D D + P_C C \;= (1-t)\, W \cdot L + \; Tr \qquad (20)$$

På venstresiden ses de samlede udgifter i markedspriser, og på højresiden lønindkomsten (efter skat) plus offentlige transfereringer. Ved indsættelse af $W \cdot L$ fra tidligere fås følgende:

$$P_D D + P_C C \;= (Pn_E\, E + \; Pn_D\, D + \; Pn_C\, C + \; Pn_G\, G - P_E E) \cdot (1-t) \;+\; Tr \qquad (21)$$

Denne kan løses for G, hvorved der fås følgende system til bestemmelse af *G*, *Y*, *W* og *Wd*.

$$G = \frac{(P_D - (1-t)Pn_D)\,D + (P_C - (1-t)Pn_C\,)\,C\; + (1-t)\,(\,P_E - Pn_E\,)E\; -\; Tr}{(1-t)Pn_G} \tag{22}$$

$$Y = \frac{Pn_E\,E + \;Pn_D\,D + \;Pn_C\,C + \;Pn_G\,G}{Pn_Y} \tag{23}$$

$$W = \frac{Pn_Y Y - P_E E}{L} \tag{24}$$

$$Wd = W \cdot (1-t) \tag{25}$$

Ovenstående fire ligninger føder ind i hinanden. Hvis eksempelvis *D* stiger (kalibreringsmæssigt), vil *G* også stige, for at få balancerne til at passe (med mindre både moms, afgifter og indkomstskat er 0). Hvis *D* og *G* stiger, vil *Y* også stige, og dette får igen *W* og *Wd* til at stige.

Det skal i øvrigt også bemærkes, at niveauet for *L* (og dermed *V*) ikke betyder noget for *G*-kalibreringen, men *L* har derimod betydning for lønnen *W*. Hvis eksempelvis fritidsandelen *V* sættes tæt på 1, vil *L* blive tæt på nul, og *W* vil blive stor.

Den ovenfor viste *G* er altså den størrelse, som passer med afgifts- og skatteprovenuer samt de forud fastsatte transfereringer (som evt. kan være nul), og i fastsættelsen af denne *G* er altså medregnet forskellige provenumæssige tilbagevirkninger af, at *G* ændres (herunder også, at ændring af *G* via ændring i *Y* påvirker lønnen *W* og dermed indkomstskatteprovenuet).

Hvis der ikke er nogen moms og afgifter, bliver markedspriser lig med nettopriser, og udtrykket reducerer til $Pn_G \; = t/(1-t) \;\cdot\; (Pn_D D + Pn_C C - Tr)$.

I (22) ses det forholdsvist nemt, at hvis indkomstskatten *t* er nul, er tællerens første tre led afgiftsprovenuer på *D*, *C* og *E*, og når disse provenuer fratrækkes transfereringer (*Tr*), kan resten bruges på offentlige udgifter, $Pn_G \cdot G$.

Når der er indkomstskatter kompliceres billedet, fordi offentlige udgifter (*G*) ifølge (18) giver større produktion *Y*, hvilket ifølge (19) giver større lønniveau (*W*), hvis virksomhedernes nul-profit-betingelse skal opfyldes og de andre variabler er givne på forhånd. Det højere lønniveau vil via indkomstskatten give et tilbageløb i form af et større offentligt provenu, som modvirker den initiale udgift til større *G*. Pga. dette tilbageløb vil der med indkomstskat $t > 0$ kalibreringsmæssigt kunne bruges mere *G,* end uden indkomstskat.[13]

I fravær af indkomstskat *t* ses det også, at hvis transfereringerne *Tr* stiger, vil de offentlige udgifter $Pn_G \cdot G$ falde tilsvarende (krone for krone). Men hvis der er indkomstskat, vil 1 krone ekstra transfereringer betyde,

[13] Ved tilbageløb forstås effekter på husholdningernes disponible indkomster, som påvirker skatte- og afgiftsprovenuer og dermed den offentlige saldo.

at der kan bruges 1/(1−*t*) kroner færre offentlige udgifter til $Pn_G \cdot G$.

3.2 Balancer: lukning vha. lump-sum-transfereringer

En alternativ kalibrering af modellens balancer ville være via lump-sum-transfereringerne *Tr*. I det tilfælde kan *Y*, *W* og *Wd* bestemmes simpelt, hvorefter *Tr* er givet som den sidste af de fire ligninger nedenfor:

$$Y = \frac{Pn_E\, E + Pn_D\, D + Pn_C\, C + Pn_G\, G}{Pn_Y} \tag{26}$$

$$W = \frac{Pn_Y Y - P_E E}{L} \tag{27}$$

$$Wd = W \cdot (1 - t) \tag{28}$$

$$Tr = P_D D + P_C C - Wd \cdot L \tag{29}$$

Dette er simpelthen husholdningernes budgetbetingelse, løst for *Tr.* Ovenstående udtryk kan umiddelbart bruges til kalibrering, men hvis man ønsker en dybere forståelse af udtrykket for *Tr*, kan *Wd* og *L* elimineres ved indsættelse af de ovenstående ligninger, hvorefter man får en direkte sammenhæng til *D*, *C*, *E* og *G*:

$$Tr = (P_D - (1-t)Pn_D)\, D + (P_C - (1-t)Pn_C)\, C + (1-t)\,(P_E - Pn_E)E - (1-t)Pn_G G$$

Om lukning vha. Tr skal bemærkes, at for $Tr \neq 0$ er der pga. dette additive led i budgetbetingelsen ingen simpel sammenhæng fra realløn efter skat til arbejdsudbuddet L, og i den forstand bliver modellen mere kompliceret at fortolke mht. forbrugernes adfærd.

3.3 Kalibrering af CES-parametre (calibrated share form)

Udover ovennævnte kalibrering af offentlig adfærd, foregår der en kalibrering af CES-parametre. Kalibrering af CES-parametrene uhyre simpel, hvis der bruges såkaldt *calibrated share form*.

Calibrated share form er særdeles anvendelig til CGE-modeller, hvor der ønskes en kalibrering til en udgangssituation, ud fra hvilken der foretages eksperimenter ('stød'). Når der bruges calibrated share form, er der faktisk slet ingen kalibrering af CES-parametre i udgangssituationen, hvis man her forstår 'kalibrering' som brug af en løsningsalgoritme (solver). Så ved at bruge denne meget robuste metode undgås et ellers potentielt tidsrøvende problem mht. at få kalibrereret parametre i almindelige nestede CES-funktioner. Der henvises til følgende link: http://www.gamsworld.org/mpsge/debreu/ces.pdf.[14]

3.4 Kalibrering af fritidens størrelse

Når den offentlige balance lukkes vha. indkomstskattesatsen, har den konkrete kalibrering af fritidens størrelse (dvs. størrelsen af V) ikke nogen betydning, med mindre der er tale om så store eksperimenter, at lineariseringen bliver for upræcis. Som det vises i afsnit 5.2, vil arbejdsudbuddet givet $Tr = \Delta Tr = 0$ (dvs. ingen lump-sum-transfereringer) kun afhænge af reallønnen efter skat, og størrelsen af V har ingen betydning for de andre variabler.[15]

Hvis der er lump-sum-transfereringer i udgangspunktet ($Tr \neq 0$) og/eller der finansieres via lump-sum-tilbageførsel ($\Delta Tr \neq 0$), kan uafhængigheden af kalibreringen (størrelsen) af V ikke længere opretholdes, og størrelsen af V får betydning for EV-målet ved et givet tiltag.

3.5 Kalibrering af prisniveauer

Et yderligere kalibreringsspørgsmål er, hvordan man i en model som denne vælger sit prisniveau, dvs. finder en passende numeraire, da ligningerne ikke i sig selv fastlægger prisniveauerne (men kun de relative priser). Se appendikset i kapitel 15 for mere om dette.

[14] Jf. evt. også IntERACT working paper nr. 18: "Estimation af forbrugssystem til IntERACT", skapitel 5 og Appendiks D, 14/1 2019. https://ens.dk/sites/ens.dk/files/Analyser/wp_18_interact_household_estimation.pdf

[15] Er de potentielle arbejdstimer $7 \cdot 24 = 168$ timer, eller er det nødvendigt at sove mindst 6 timer i gennemsnit, så det maksimale potentiale "kun" er $7 \cdot 18 = 126$ timer? Hvis man sætter $V = 0.5$, kunne det også forstås som, at den maksimale potentielle arbejdsuge ville være på 74 timer, givet en standard-arbejdsuge på 37 timer.

4 Lineariseret ændringsmodel

Vi vil nu opskrive den samme model lineariseret i relative ændringer. I afsnit 4.1 nedenfor opstilles selve modellen, dvs. en lineariseret model svarende til niveau-modellen fra kapitel 2, og i resten af kapitel 4 gennemgås nogle af modellens egenskaber. Kapitel 5 behandler med udgangspunkt i kapitel 4 arbejdsudbuddet, herunder arbejdsudbudselasticiteten. Denne elasticitet er et centralt omdrejningspunkt i modellen, men er begrebsligt mindre entydig, end man måske skulle tro.

4.1 Modellen

Det skal bemærkes, at i det følgende svarer $\dot{X}$ til relative ændringer, og ΔX til absolutte ændringer, og modellens endogene omhandler kun variabler i relative eller absolutte ændringer. Variabler i niveau skal i de følgende ligninger opfattes som faste konstanter, som ikke ændrer sig (nævneværdigt) ved små $\dot{X}$ og ΔX.

Tabel 2. Oversigt over variabler

Endogene		**Eksogene**	
$\dot{U}$	Nytte	$\dot{G}$	Offentligt forbrug
$\dot{V}$	Fritid	ΔTr	Lump-sum transfereringer
$\dot{Q}$	Aggregeret vareforbrug	$\dot{Pn}_D$	Nettopris på *D*
$\dot{D}$	Forbrug af 'dirty' varer	$\dot{Pn}_C$	Nettopris på *C*
$\dot{C}$	Forbrug af 'clean' varer	$\dot{Pn}_E$	Nettopris på *E*
$\dot{Y}$	Produktion	$\dot{Pn}_Y$	Nettopris på *Y*
$\dot{L}$	Arbejdsudbud	$\dot{Pn}_G$	Nettopris på *G*
$\dot{E}$	Vareinput i produktionen (energi)	Δt_E	Mængdeafgift på *E*
$\dot{Wd}$	Løn efter skat	Δt_D	Mængdeafgift på *D*
$\dot{W}$	Løn før skat		
$\dot{P}_Q$	Markedspris på *Q*		
$\dot{P}_D$	Markedspris på *D*		
$\dot{P}_C$	Markedspris på *C*		
$\dot{P}_E$	Markedspris på *E*		
Δt	Indkomstskattesats		

Note: Alle disse variabler er enten i relative ændringer ($\dot{X}$) eller absolutte ændringer (ΔX). Med hensyn til niveauvariabler som bruges i ændringsmodellen henvises til Tabel 1. Ændringer i afgiftssatser og indkomstskat er i absolutte ændringer (Δt_E, Δt_D og Δt), da niveauet for disse kan være 0 i udgangspunktet, hvorfor opgørelse i relative ændringer er uheldigt.

Det skal bemærkes, at hvis vi vælger bestemte niveauer for *t* (indkomstskattesatsen) og *Tr* (lump-sum-transfereringerne), skal niveauvariablerne i den lineariserede ændringsmodel overholde kalibreringen af den offentlige saldo som omtalt i afsnit 3, nærmere bestemt ligning (22). Vi skriver nu de lineariserede ligninger op:

$$\dot{L} = \dot{Y} - \sigma_{LE} \left(\dot{W} - \dot{P_E}\right) \alpha_{LE} \quad (30)$$

$$\dot{E} = \dot{Y} + \sigma_{LE} \left(\dot{W} - \dot{P_E}\right) (1 - \alpha_{LE}) \quad (31)$$

hvor $\alpha_{LE} = \dfrac{P_E\, E}{Wn \cdot L + P_E\, E}$

L og *E* følger *Y* procentvist (da der antages konstant skalaafkast), og derudover reagerer *L* og *E* på de relative priser (W i forhold til P_E), afhængigt af substitutionselasticiteten σ_{LE}. Hvis man trækker (30) og (31) fra hinanden, gælder der at $\dot{L} - \dot{E} = -\sigma_{LE} \left(\dot{W} - \dot{P_E}\right) \alpha_{LE}$, dvs. at forholdet mellem de to efterspørgsler afhænger negativt (afhængigt af størrelsen af σ_{LE}) af forholdet mellem de to priser. Lignende sammenhænge gælder i de andre CES-sammenhænge.

Valget mellem fritid og vareforbrug er givet som følger:

$$\dot{V}/\varphi_V = \dot{U} - \sigma_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right) (1 - \alpha_V) \quad (32)$$

$$\dot{Q} = \dot{U} + \sigma_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right) \alpha_V \quad (33)$$

hvor $\alpha_V = \dfrac{Wd \cdot \varphi_V V}{Wd \cdot \varphi_V V + P_Q\, Q}$

Parameteren φ_V udtrykker indkomsteffekten i fritidsforbruget, dvs. hvor mange procent fritidsforbruget stiger, når nytteniveauet stiger med 1%, og parameteren er et spejlbillede af parameteren γ_V (minimums-fritidsforbruget i en Stone-Geary-formulering) fra kapitel 2. Se evt. nærmere i appendikset i kapitel 14 vedr. Stone-Geary mv.

Det huskes mht. α_V, at $P_Q\, Q = P_D\, D + P_C\, C$. Af ligningerne fremgår det, at for $\varphi_V = 1$, svarende til at fritidens indkomsteffekt er 1, følger V og Q nytten *U* procentvist, og derudover reagerer V og Q på de relative priser (Wd i forhold til P_Q, dvs. reallønnen efter skat), afhængigt af substitutionselasticiteten σ_V. Hvis ligningerne trækkes fra hinanden, fås at $\dot{V}/\varphi_V - \dot{Q} = -_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right)$, så ændringen i forholdet mellem fritid og forbrug (den første korrigeret for φ_V) afhænger af ændringen i reallønnen efter skat.

Det er her på sin plads at nævne, at man ikke for $\varphi_V \neq 1$ bør opfatte φ_V og σ_V som uafhængige. Hvis man i sit baghoved har en given arbejdsudbudselasticitet (dvs. hvad der sker med arbejdsudbuddet/fritiden, når reallønnen efter skat ændrer sig), kan de to størrelser ikke betragtes uafhængigt. Kort forklaret gælder der, at hvis man f.eks. sætter φ_V ned, så fritiden er mindre påvirkelig af nytten/indkomsten, skal σ_V til gengæld sættes op, hvis man ønsker at bevare den samme arbejdsudbudselasticitet.[16] I afsnit 5.2 gennemgås dette mere detaljeret, men hvis man antager at $\varphi_V = 1$, kan man helt abstrahere fra dette og blot antage σ_V given. Det skal i øvrigt også nævnes, at når φ_V går mod nul, samtidigt med at σ_V modkorrigeres så en given arbejdsudbudselasticitet bevares, vil dette som specialtilfælde svare til den såkaldt additivt separabel funktionsform, som f.eks. bruges i DREAM mht. valg mellem varer og fritid. Med den nævnte modkorrektion i σ_V er denne funktionsform kendetegnet ved, at der er substitution mellem varer og fritid,

---

[16] Som det vises i afsnit 5.2, er sammenhængen (i fravær af lump-sum-transfereringer), at $\sigma_V = (\alpha_L/\varphi_V + 1)\, \varepsilon_{LL} + 1$, hvor ε_{LL} er arbejdsudbudselasticiten. Så når φ_V går mod nul, skal σ_V gå mod uendelig, for at bevare niveauet for ε_{LL}.

når der sker noget med reallønnen efter skat, $\dot{Wd} - \dot{P_Q}$, mens nytteændringer, $\dot{U}$, ikke i sig selv påvirker fritidsforbruget (dvs. at indkomsteffekten i fritidsforbruget er nul).

Valget mellem de to varetyper, som tilsammen udgør Q, kan skrives som følger:

$$\dot{D} = \dot{Q} - \sigma_{CD} \left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right) (1 - \alpha_{DC}) \tag{34}$$

$$\dot{C} = \dot{Q} + \sigma_{CD} \left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right) \alpha_{DC} \tag{35}$$

hvor $\alpha_{CD} = \dfrac{P_D D}{P_D D + P_C C}$

Denne ligning følger også samme mønster som (32)-(35). Her er det D og C, som følger det aggregerede forbrug Q procentvist (det antages implicit, at hverken D og C er nødvendigheds- eller luksusgoder). Derudover reagerer D og C på de relative priser (P_D hhv. P_C), afhængigt af substitutionselasticiteten σ_{CD}. Den næste ligning er den aggregerede markedspris:

$$\dot{P_Q} = \alpha_{CD} \dot{P_D} + (1 - \alpha_{CD}) \dot{P_C} \tag{36}$$

Den relative ændring $\dot{P_Q}$, afhænger af ændringerne i de indgående priser (og budgetandelene). Det bemærkes, at i en lineariseret udgave er der her ingen direkte effekt af substitutionselasticiten σ_{CD}, selv om denne optræder i niveauligningen.[17]

$$\dot{Y} = \alpha_E\left(\dot{E} + \dot{Pn_E}\right) + \alpha_D\left(\dot{D} + \dot{Pn_D}\right) + \alpha_C \dot{C} + \alpha_G \dot{G} \tag{37}$$

hvor $\alpha_E = \dfrac{Pn_E E}{Pn_Y Y}$, $\alpha_D = \dfrac{Pn_D D}{Pn_Y Y}$, $\alpha_C = \dfrac{Pn_C C}{Pn_Y Y}$, $\alpha_G = \dfrac{Pn_G G}{Pn_Y Y}$

Ovenstående er den materielle balance, og de ovenfor viste α'er summer til 1 og fortæller altså, med hvilke andele produktionen Y kan transformeres til andre varer. Det bemærkes, at nettopriserne på Y, C og G antages uændrede, hvorfor de ikke indgår i (37).

$$\dot{V} = -\alpha_L \cdot \dot{L} \tag{38}$$

hvor $\alpha_L = 1/V - 1$

Denne relation er blot den lineariserede udgave af $V + L = 1$.

$$\dot{P_E} = \frac{Pn_E}{P_E} \dot{Pn_E} + \frac{1}{P_E} \Delta t_E \tag{39}$$

Den relative ændring i P_E afhænger af ændringen i nettoprisen og afgiftssatsen.

$$\dot{P_D} = \frac{Pn_D(1 + t_{VAT})}{P_D} \dot{Pn_D} + \frac{1 + t_{VAT}}{P_D} \Delta T_D \tag{40}$$

[17] Førsteordenseffekterne på den aggregerede pris afhænger ikke af størrelsen. af σ_{CD}.

Ovenstående ligning er lidt mere kompliceret end (39), da der også optræder moms (t_{VAT}) i ligningen. Som det ses af det sidste led, betales der også moms af mængdeafgifter (ΔT_D).

$$\dot{P_C} = 0 \tag{41}$$

Prisen på den rene ('clean') forbrugsvare antages uændret. Nettoprisen på denne (Pn_C) er uændret, og hverken mængdeafgifter på *C* eller momssatsen t_{VAT} ændres. Det følgende er en omregning fra før-skat til efter-skat-løn:

$$\dot{Wd} = \dot{W} - \alpha_t \, \Delta t \tag{42}$$

hvor $\alpha_t = \dfrac{1}{1-t}$

Mht. virksomhederne, er der følgende for modellen vigtige sammenhæng:

$$\dot{W} = -\alpha_{LE}/(1-\alpha_{LE}) \cdot \dot{P_E} \tag{43}$$

Ovenstående ligning er virksomhedernes nul-profit-antagelse, altså at virksomhedernes omkostninger skal svare til indtægterne. Da verdensmarkedsprisen på producerede varer (Pn_Y) er givet, presser stigninger i markedsprisen på energi (P_E) lønniveauet W ned, da varerne ellers bliver for dyre til at kunne afsættes. Heri ligger en antagelse om, at udenrigshandlen er uendeligt priselastisk, svarende til, at producenterne er pristagere på verdensmarkedet.

Den sidste ligning er husholdningernes budget

$$\dot{P_Q} + \dot{Q} = \alpha_{hb} \left(\dot{Wd} + \dot{L}\right) + \frac{\Delta Tr}{W \cdot L + Tr} \tag{44}$$

hvor $\alpha_{hb} = \dfrac{Wd \cdot L}{Wd \cdot L + Tr}$

Det fremgår, at $\alpha_{hb} = 1$, hvis $Tr = 0$ (altså at lump-sum-transfereringerne er nul i udgangssituationen). Man kan opfatte α_{hb} som udtryk for, hvor stor en del lønindkomsten (tælleren) udgør af husholdningernes samlede indkomst (nævneren), og hvis er positive transfereringer fra staten, vil α_{hb} være < 1. Ovenstående ligning sikrer også, at den offentlige saldo går i nul:

$$\begin{aligned}\Delta Saldo = {} & \left(\dot{P_E} + \dot{E}\right)P_E E - \left(\dot{Pn_E} + \dot{E}\right)Pn_E E + \left(\dot{P_D} + \dot{D}\right)P_D D - \left(\dot{Pn_D} + \dot{D}\right)Pn_D D \\ & + P_C \, C \cdot \dot{C} - Pn_C \, C \cdot \dot{C} - \left(\dot{Wd} + \dot{L}\right) Wd \cdot L + \left(\dot{W} + \dot{L}\right) W \cdot L \\ & - Pn_G \, G \cdot \dot{G} - \Delta Tr\end{aligned} \tag{45}$$

Hvis (44) er opfyldt, vil (45) automatisk blive = 0, så (45) indgår ikke eksplicit i modellen, men opskrives blot her for fuldstændighedens skyld.

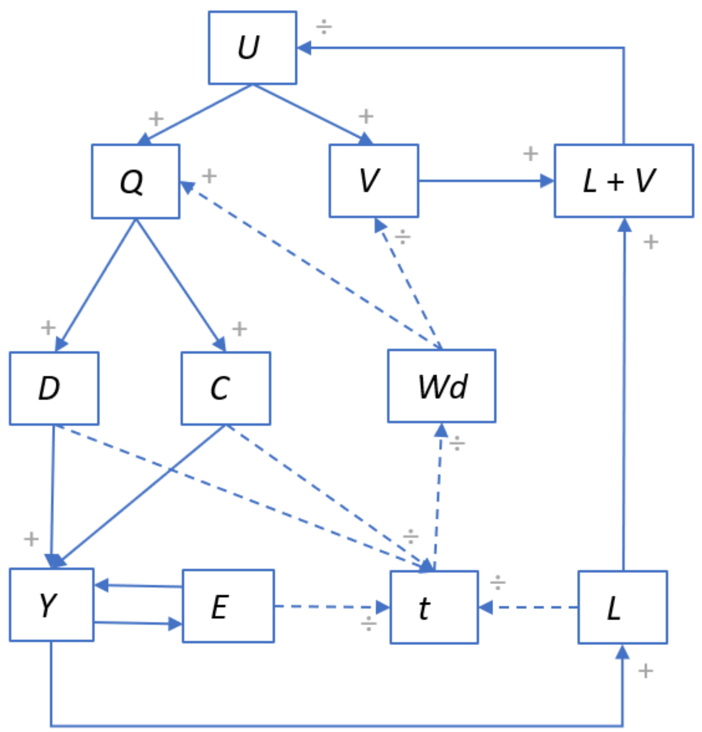
Løsningen af denne model gennemgås i appendikset i kapitel 10. Løsningen for f.eks. *D*, *C* og *V* (de nyttebærende variabler) kunne i princippet godt skrives op eksplicit, men i praksis ville det give nogle ret lange og uoverskuelige brøker.

Som nævnt i indledningen udgives nærværende notat med et tilhørende regneark, som indeholder en analytisk løsning af den lineariserede ændringsmodel. I princippet kunne man bruge dette regneark til at beregne samfundsøkonomiske effekter af tiltag, i stedet for (eller i hvert fald som supplement til) mere partielle regnestykker beroende på consumer surplus, budgeteffekter, nettoafgiftsfaktor, skatteforvridningsfaktor mv.

4.2 Pilediagram

Selv om modellen er forenklet i forhold til større CGE-modeller, kan den alligevel være vanskelig nok at overskue. En mulig måde at illustrere modellen på kunne være følgende:

Figur 1. Illustration af model med lukning via skattesatsen (*t*)



Her indikerer fuldt optrukne linjer materielle sammenhænge, mens stiplede linjer indikerer finansielle/ prismæssige sammenhænge, og der vises kun variabler, som er i den simultane del (derfor er priser, afgifter og løn før skat (*W*) ikke med).

Hvis man forestiller sig *U* givet, er denne med til at bestemme den kompenserede efterspørgsel efter *Q* og *V*, afhængigt af lønnen efter skat, *Wd*. *Q* underopdeles derefter i *D* og *C*, og *D*, *C* og *E* bestemmer *Y*. *Y* bestemmer *E* og *L*, og *D*, *C*, *E* og *L* bestemmer *t*, dvs. at niveauerne for disse afføder et afgifts- og skatteprovenu, og et større provenu muliggør en lavere indkomstskattesats, jf. (45). Endelig bestemmer *L* og *V* summen *L*+*V*. Denne er blot en hjælpevariabel, men ideen er, at hvis eksempelvis *L* + *V* > 1, skal *U* sættes ned, så både L og V bliver mindre. På den måde vil *U* iterativt indstille sig på et niveau, som er foreneligt med den materielle timerestriktion *L* + *V* = 1.

4.3 Momsfinansiering og kile/wedge

Det skal også for en god ordens skyld nævnes, at i en model som denne, er moms- og skattefinansiering at opfatte som to sider af samme sag. Så hvis et bestemt eksperiment giver et afgiftsprovenu, vil man få samme effekt af at bruge provenuet på at lempe indkomstskattesatsen, som man ville få ved at lempe momssatsen. Men da det i den virkelige verden er langt vanskeligere at ændre i momssatsen end indkomstskattesatserne, er det klart, at det er den sidste som bruges i praksis.

I fravær af lump-sum-transfereringer, er valget mellem fritid og forbrugsvarer givet ud fra Wd/P_Q, hvor Wd er lønnen efter skat, og hvor P_Q er prisen på den aggregerede vare (inkl. afgifter og moms). Det vil sige, at den centrale relative pris mht. valget mellem fritid og varer er følgende:

$$\frac{1-t}{1+t_{VAT}}\ \frac{W}{P_{Q1}}$$

hvor P_{Q1} er P_Q renset for moms ($P_{Q1} = P_Q/(1+t_{VAT})$), dvs. kun indeholdende mængdeafgifterne t_D og t_C. Hvis *t* = 0.50 og t_{VAT} = 0.25, vil en stigning i skattesatsen fra 50% til 51% give samme effekter på brøken og dermed arbejdsudbuddet (hvis dette ellers er endogent), som en stigning i momssatsen fra 25% til 27.5%.

Mængdeafgifterne t_D og t_C virker også lidt som en indkomstskat, men her sker der dog en intern forvridning mellem *D* og *C*, så der er ikke på samme måde ækvivalens mellem disse og skattesatsen. Det er måske nemmere at forstå denne ækvivalens, hvis man forestiller sig, at der rent faktisk kun er én forbrugsvare, *Q*. I så fald ser den relative pris ud som følger:[18]

$$\frac{1-t}{1+t_{VAT}}\ \frac{W}{Pn_Q+t_Q} = \left(\frac{1-t}{1+t_{VAT}}\ \frac{1}{1+t_Q/Pn_Q}\right)\frac{W}{Pn_Q}$$

Afgifts- og indkomstskattekilen er altså givet som:

$$\text{kile} = \frac{1-t}{1+t_{VAT}}\ \frac{1}{1+t_Q/Pn_Q}$$

Hvis moms, indkomstskattesats og afgift (t_Q) alle er nul, bliver denne brøk 1, svarende til, at der ikke er nogen kile mellem det marginale substitutionsforhold og det marginale transformationsforhold. Hvis afgiften t_Q stiger og der tilbageføres via indkomstskattesatsen t, vil disse effekter modvirke hinanden i

---

[18] Jf. også appendikset i kapitel 12.

udtrykket for kilen. Hvis der derimod lump-sum-tilbageføres, vil kilen entydigt blive mindre, hvilket koster på nytten, da kilen typisk i forvejen er mindre end én.

4.4 Udvidelse med flere varer/inputs

Mooij-modellen er simpel i den forstand, at der ikke er mange varetyper. Det er en værdi i sig selv at holde modellen på et overskueligt detaljeringsniveau, da det netop er et af formålene med modellen, at den er til at overskue. Til nogle anvendelser kan det dog være praktisk at kunne underopdele de forurenende varer/inputs, dvs. underopdele D hhv. E. Eksempelvis kan man have et ønske om at kunne underopdele D i D_1 og D_2, hvis der eksempelvis er forskellig afgiftsbelastning på de to varer og man har en formodning om, at en ændring i afgiften på D_1 vil udmønte sig i en stor påvirkning af D_2. Her får man brug for at kende effekten på den interne forvridning mellem D_1 og D_2, hvilket man ikke får med, hvis man på forhånd har aggregeret de to varer til en samlet vare, D.

Ideen med nærværende afsnit er ikke at forsøge at udvide Mooij-modellen og gøre den mere kompliceret, men i stedte at anvise nogle retningslinjer for, hvordan man ville kunne inkorporere effekter fra underopdelinger af D og E.

Hvis D underopdeles i D_1 og D_2, bliver der følgende ændringer:

For det første bestemmes D_1 og D_2 i et CES-nest, ud fra D og de relative priser.

$$\dot{D}_1 = \dot{D} - \sigma_{D1D2}\left(\dot{P_{D1}} - \dot{P_{D2}}\right)(1 - \alpha_{D1D2}) \tag{46}$$

$$\dot{D}_2 = \dot{D} + \sigma_{D1D2}\left(\dot{P_{D1}} - \dot{P_{D2}}\right)\alpha_{D1D2}$$

$$\text{hvor } \alpha_{D1D2} = \frac{P_{D1}D_1}{P_{D1}D_1 + P_{D2}D_2}$$

$$\dot{Y} = \alpha_E\left(\dot{E} + \dot{Pn_E}\right) + \alpha_{D1}\left(\dot{D}_1 + \dot{Pn_{D1}}\right) + \alpha_{D2}\left(\dot{D}_2 + \dot{Pn_{D2}}\right) + \alpha_C\dot{C} + \alpha_G\dot{G} \tag{47}$$

$$\text{hvor } \alpha_E = \frac{Pn_E E}{Pn_Y Y}, \quad \alpha_{D1} = \frac{Pn_{D1}D_1}{Pn_Y Y}, \quad \alpha_{D2} = \frac{Pn_{D2}D_2}{Pn_Y Y} \quad \alpha_C = \frac{Pn_C C}{Pn_Y Y}, \quad \alpha_G = \frac{Pn_G G}{Pn_Y Y}$$

$$\dot{P_{D1}} = \frac{Pn_{D1}(1 + t_{VAT})}{P_{D1}}\dot{Pn_{D1}} + \frac{1 + t_{VAT}}{P_{D1}}\Delta T_{D1} \tag{48}$$

$$\dot{P_{D2}} = \frac{Pn_{D2}(1 + t_{VAT})}{P_{D2}}\dot{Pn_{D2}} + \frac{1 + t_{VAT}}{P_{D2}}\Delta T_{D2} \tag{49}$$

Den lineariserede ændringsmodel ville formentlig uden større besvær kunne generaliseres med disse ligninger og stadig kunne løses analytisk.

5 Arbejdsudbud

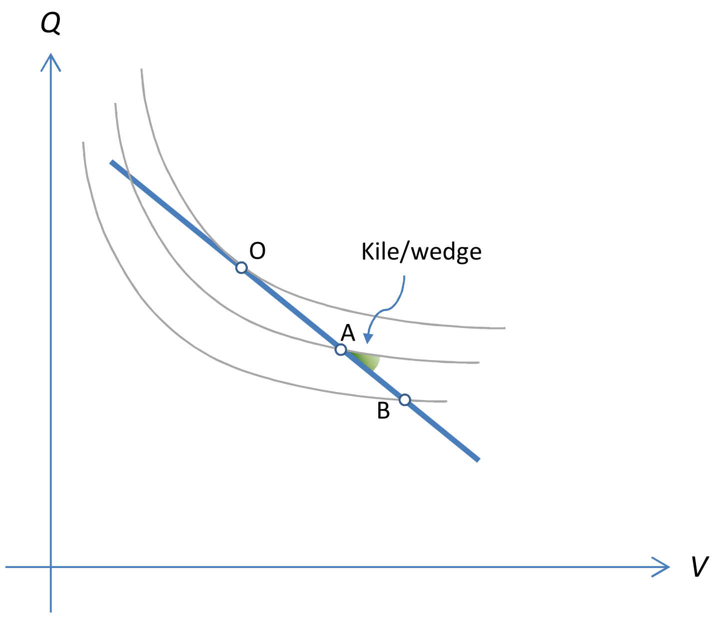
Arbejdsudbuddet er en central størrelse i samfundsøkonomiske konsekvensvurderinger, fordi indkomstskattesatsen indebærer en forvridning af valget mellem varer og fritid. Teknisk set kan man sige, at fritidsforbruget er kraftigt subsidieret, svarende til, at der bruges for meget fritid (og arbejdes for lidt), sammenlignet med en situation uden indkomstskat. Hermed ikke sagt, at der ikke kan være andre fordele (eksternaliteter) forbundet med en proportional indkomstskat (i stedet for eksempelvis en lump-sum-skat), bl.a. at den virker omfordelende, og disse fordele kan godt tænkes at opveje ulemperne. Dette ændrer dog ikke ved, at man ved en *yderligere* stigning i indkomstskattesatsen (og dermed fald i reallønnen efter skat) skal have med i betragtningerne, at en yderligere stigning i fritidsforbruget (dvs. fald i arbejdsudbuddet) koster dyrt nyttemæssigt, fordi der i forvejen bruges for meget fritid set ud fra en optimalitetsbetragtning.

I de følgende afsnit vil vi se nærmere på, hvad der påvirker fritidsforbrug og arbejdsudbud. Reallønnen efter skat er en central variabel her, og man taler ofte om, hvordan denne påvirker arbejdsudbuddet (via arbejdsudbudselasticiteten). Men som vi skal se, er denne arbejdsudbudselasticitet ikke altid lige veldefineret, og man skal i det hele taget holde tungen lige i munden mht., hvad der påvirker arbejdsudbuddet under forskellige forudsætninger om finansieringsformer og nyttefunktionens udseende.

5.1 Arbejdsudbud og skatte- hhv. lump-sum-tilbageførsel

Nærværende afsnit vil forsøge at afklare virkningen på arbejdsudbuddet med skatte- hhv. lump-sum-tilbageførsel i det tilfælde, hvor der pålægges afgifter på en forbrugsvare. Denne mekanisme vil også være central i kapitlet om modelsimulationer (afsnit 8). For at forstå mekanismen er det nyttigt at forestille sig en model, hvor der kun er én forbrugsvare (Q) og intet vareinput E i produktionen. I så fald bliver valget mellem forbrug og fritid særligt simpelt:

Figur 2. Valget mellem forbrug og fritid med kun én forbrugsvare



Valget mellem Q og V er begrænset af den fuldt optrukne transformationskurve. Udover de ovennævnte antagelser kan vi yderligere antage, at arbejdsproduktiviteten er 1, svarende til, at én arbejdstime producerer én enhed *Y*. Hvis vi ydermere antager, at alle nettopriserne er 1 har vi, at $Y = Q + G$, hvilket givet produktivitetsantagelsen kan omskrives til $1 - V = Q + G$. Hvis *G* antages givet på forhånd ses der altså at være en lineær sammenhæng mellem Q og V, med hældningen −1 i dette simple tilfælde.

Man kan forestille sig punktet A i figuren, hvor der er en kile/wedge, dvs. at reallønnen efter skat (Wd/P_Q) ikke svarer til transformationsforholdet, dvs. at transformationsforholdet og indifferenskurven ikke er parallelle i punktet.[19] Hvis punktet i stedet havde været O (optimum), ville kurverne have været parallelle (dvs. ingen kile), og små bevægelser langs transformationskurven i punktet O ville ikke have påvirket nytten. Det gør sådanne bevægelser derimod i A, fordi der i forvejen ”bruges” for meget fritid i forhold til forbrugsvaren, som følge af at reallønnen efter skat er kunstigt lille relativt til transformationsforholdet. Dette misforhold kan skyldes enten afgifter på varen eller skat på arbejdskraft (eller begge) – det huskes her, at en skat *t* på arbejdskraft fungerer som et implicit subsidium på fritid, idet $Wd = (1 - t)W$.

Hvis der fra punktet A pålægges afgift på Q, kan provenuet tilbageføres på to måder:[20]

- Hvis der *tilbageføres lump-sum* ender vi i punktet B, hvor kilen er blevet større end i A, da kilen bliver større og større mod højre på transformationskurven. Det er tydeligt, at B har et lavere nytteniveau end A, dvs. at afgiften forvrider efterspørgslen efter fritid og forbrugsvarer på en nyttereducerende måde.
- Alternativet er at give afgiftsprovenuet tilbage i form af *lettelser i indkomstskattesatsen*. Stigningen i afgiftsprovenuet får vareprisen til at stige, mens faldet i indkomstskattesatsen får efter-skat-

[19] Jf. evt. afsnit 4.3 vedr. hvordan skat, moms og afgifter indgår i denne kile.

[20] Man kunne naturligvis også forestille sig, at de offentlige udgifter *G* blev sat ned, men som nævnt tidligere er måling af nytte knyttet til *G* en selvstændig problemstilling i sig selv, og hvis *G* ikke regnes for nyttebærende, vil den slags lukning af den offentlige saldo give store velfærdstab. Derfor analyseres lukning vha. *G* ikke i nærværende notat.

lønnen til at stige. Hvis der ikke er lump-sum-transfereringer i udgangspunktet (dvs. at $Tr = 0$), kan det vises, at disse modsatrettede effekter neutraliserer hinanden, således at reallønnen (og dermed kilen/wedgen) slet ikke påvirkes. Derfor forbliver økonomien i punktet A, dvs. at afgiftsstigningen ikke påvirker nytten/velfærden. Dette gælder på trods af, at der i A er forvridende afgifter/skatter i forvejen.

Der henvises til appendikset i afsnit 12 for tekniske detaljer vedr. dette neutralitetsresultat mht. skattefinansiering, og resultatet holder også, hvis der introduceres indkomsteffekter i fritidsforbruget (φ_V). I så fald bliver nyttetabet og arbejdsudbudseffekten ved lump-sum-tilbageførsel dog mindre end for almindelig homotetisk CES mellem forbrug og fritid.

Så for at opsummere: givet at der ikke er lump-sum-transfereringer i forvejen, vil en afgiftsstigning tilbageført via lump-sum-transfereringer give en bevægelse fra A til B, med nyttetab til følge. Hvis der i stedet tilbageføres via indkomstskattesatsen forbliver økonomien i punktet A, uden noget nyttetab (i det tilfælde vil markedsprisen på forbrugsvaren og efter-skat lønnen være steget lige meget).

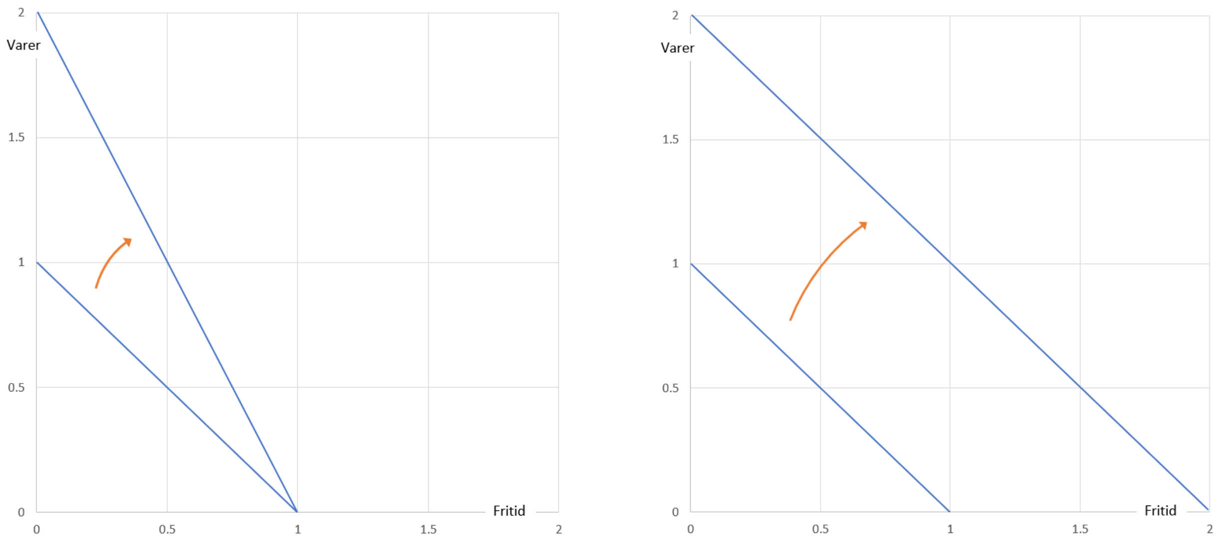
I den fulde model fra kapitel 2 er der imidlertid to forbrugsvarer (*D* og *C*), og den interne forvridning mellem disse giver i sig selv et nyttetab. Så hvis der eksempelvis pålægges en afgift på *D*, vil den aggregerede vare *Q* blive ”produceret” mindre effektivt, svarende til, at transformationskurven rykker nedad. Dette giver naturligvis et nyttetab, men der vil være den samme tendens som redegjort for i det ovenstående. Altså at hvis afgiften på *D* tilbageføres via transfereringerne, fås et yderligere nyttetab via fritid/arbejdsudbud, fordi stigningen i markedsprisen på samlet forbrug gør reallønnen efter skat mindre, uden at dette modkompenseres via et fald i indkomstskattesatsen.

5.2 Arbejdsudbudselasticiteten

Arbejdsudbudselasticiteten opgøres som den procentvise virkning på arbejdsudbuddet, hvis reallønnen efter skat stiger med 1%. Denne elasticitet har man oftere meninger om, end den ”dybe” parameter (σ_V), men problemet med arbejdsudbudselasticiteten er, at man skal holde den begrebsmæssige tunge lige i munden, da arbejdsudbudselasticiteten ikke er så entydig, som man måske skulle tro.

Arbejdsudbudselasticiteten defineres som den ukompenserede effekt af ændringer i reallønnen efter skat, hvor der også tages hensyn til, at en stigning i reallønnen efter skat også øger forbrugernes budget/indkomst.

Figur 3. Budgetlinjer, fordoblet realløn efter skat



Dette kan illustreres som i figuren ovenfor. Det antages i figuren forsimplende, at $Wd/P_Q = 1$, så én arbejdstime kan transformeres til én forbrugsenhed. Den nederste budgetlinje i den venstre figur går gennem punktet (1, 0), dvs. fuldt fritidsforbrug og intet vareforbrug. I den anden ende går den gennem (0, 1), dvs. intet fritidsforbrug og fuldt vareforbrug. I en model uden lump-sum-transfereringer, har vi sammenhængen $P_Q Q = Wd \cdot L$, hvilket kan omskrives til $P_Q Q + Wd \cdot V = Wd \cdot 1$, så forbrugerens samlede budget kan altså opfattes som $Wd \cdot 1$ (værdien af alle potentielle arbejds-/fritidstimer), hvilket skal fordeles på V og Q, og hældningen på budgetlinjen er naturligvis $-Wd/P_Q$.

Hvis man i den situation fordobler reallønnen efter skat, bliver budgettet også fordoblet, og derfor drejes budgetlinjen opad som vist i den venstre figur. Hvis der er fuldt fritidsforbrug, kan der stadigvæk ikke forbruges noget, men hvis der slet ikke bruges fritid, kan der nu forbruges 2 vareenheder.

Hvis der i stedet introduceres lump-sum-transfereringer, bliver husholdningernes balance $P_Q Q = Wd \cdot L + Tr$, og hvis Tr øges, vil det svare til en parallelforskydning af budgetlinjen (mod nordøst), i stedet for en drejning, jf. den højre figur. Om figurerne bemærkes, at der er tale om en partiel betragtning af budget/indkomst og valg mellem varer og fritid, og i den fulde model er der nogle fysiske/produktionsmæssige begrænsninger på variablerne, som også spiller ind (f.eks. at fritiden ikke kan overstige 1). Det bemærkes generelt i sådanne figurer, at arbejdsudbuddet er et spejlbillede af fritidsforbruget, da der gælder at $V + L = 1$.

Med disse figurer in mente, vil vi se på, hvordan arbejdsudbuddet påvirkes af løn, priser og lump-sum-transfereringer i den lineariserede model. Ud fra modellen i afsnit 4.1, kan effekten på forbrugerens arbejdsudbud regnes ud til følgende:[21]

$$\dot{L} \;=\; \frac{(\sigma_V - \alpha_{hb})\,\dot{Wd} \;-\; (\sigma_V - 1)\dot{P_Q} \;-\; \Delta Tr/(Wd \cdot L + \,Tr)}{\alpha_L/\varphi_V + \,\alpha_{hb}} \tag{50}$$

hvor:

$$\alpha_{hb} \;=\; \frac{Wd \cdot L}{Wd \cdot L + \,Tr}$$

$$\alpha_L = 1/V - 1$$

Med hensyn til parameteren φ_V og minimumsforbrug/Stone-Geary i valget mellem varer og fritid henvises til uddybende forklaringer i appendikset i kapitel 14. Leddet $\Delta Tr/(Wd \cdot L + \,Tr)$ udtrykker hvor meget transfereringerne stiger i forhold til indkomsten i udgangssituationen. Denne indkomst er $Wd \cdot L + \,Tr$, dvs. lønindkomsten efter skat plus transfereringer i udgangspunktet, og indkomsten er i øvrigt lig med udgifterne, $P_Q \cdot Q$ (dvs. udgifter til varekøb).

Koefficienten α_{hb}, som vi også så i afsnit 4.1, beskriver hvor meget dødvægt i indkomsten der er fra eksisterende transfereringer, Tr. Hvis de eksisterende transfereringer er nul, således at al indkomst hidrører fra lønindkomst, bliver $\alpha_{hb} = 1$. Parameteren α_L er også en genganger fra afsnit 4.1 og beskriver blot sammenhængen mellem relative ændringer i fritiden og relative ændringer i arbejdsudbuddet. Parameteren er ikke i sig selv særligt interessant, og hvis V eksempelvis kalibreres til at have værdien 0.5 i udgangspunktet, bliver $\alpha_L = 1$, hvilket man egl. bare kan forestille sig i ligningerne.

Hvis $Tr = 0$ i udgangspunktet, bliver $\alpha_{hb} = 1$, og hvis yderligere $\Delta Tr = 0$, reducerer sammenhængen til følgende lidt mere overskuelige brøk:

$$\dot{L} \;=\; \frac{(\sigma_V - 1)\;(\dot{Wd} - \dot{P_Q})}{\alpha_L/\varphi_V \;+\; 1}$$

Den kan alternativt udtrykkes som:

$$\varepsilon_{LL} \;=\; \frac{\dot{L}}{\dot{Wd} - \dot{P_Q}} \;=\; \frac{\sigma_V - 1}{\alpha_L/\varphi_V \;+\; 1}$$

Her er ε_{LL} arbejdsudbudselasticiteten, hvis denne defineres som hvad der sker mht. valget mellem varer og fritid – inkl. påvirkninger af budgettet/indkomsten – når reallønnen efter skat stiger (og der abstraheres fra

[21] Sammenhængen fås ved først at trække (32) og (33) fra hinanden, og dernæst kombinere denne CES-sammenhæng med (38) og (44). Der er ikke tale om, at nytteniveauet kompenseres, men der køres omvendt heller ikke med den fulde model. Så man kan opfattes sammenhængen som, at substitutionseffekter kombineres med husholdningernes budgetrestriktion, men at modellens materielle/produktionsmæssige sammenhænge ikke er med.

lump-sum-transfereringer). Det ses, at jo større σ_V er, desto højere er arbejdsudbudselasticiteten ε_{LL} også. Hvis $\sigma_V = 1$, bliver $\varepsilon_{LL} = 0$, hvilket kan udtrykkes som, at substitutions- og indkomsteffekterne udligner hinanden. Parameteren α_L er i bund og grund ikke videre interessant og afhænger kun af, hvad man antager om fritidens størrelse i udgangspunktet. Den divideres så med φ_V, dvs. fritidens indkomstelasticitet. Jo mindre denne er, jo mindre bliver arbejdsudbudselasticiteten også, for givet σ_V.

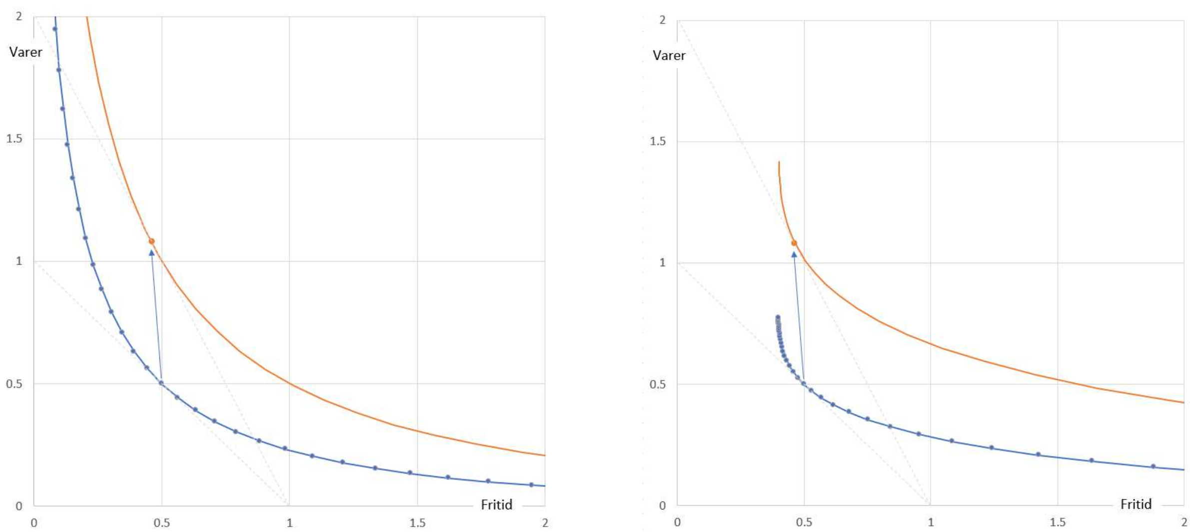
Man kan vende sammenhængen om og løse for σ_V:

$$\sigma_V \;\; = \;\; (\alpha_L/\varphi_V \; + \; 1)\, \varepsilon_{LL} \;\; + \; 1$$

Så for en given arbejdsudbudselasticitet ε_{LL} og given indkomstelasticitet φ_V angiver denne ligning altså, hvad σ_V skal sættes til. De følgende figurer illustrerer dette:

Figur 4. Effekt på fritiden af stigning i reallønnen efter skat (ε_{LL} = 0.1)

σ_V = 1.2, minimumsforbrug = 0 *σ_V = 1.6, minimumsforbrug = 0.4*



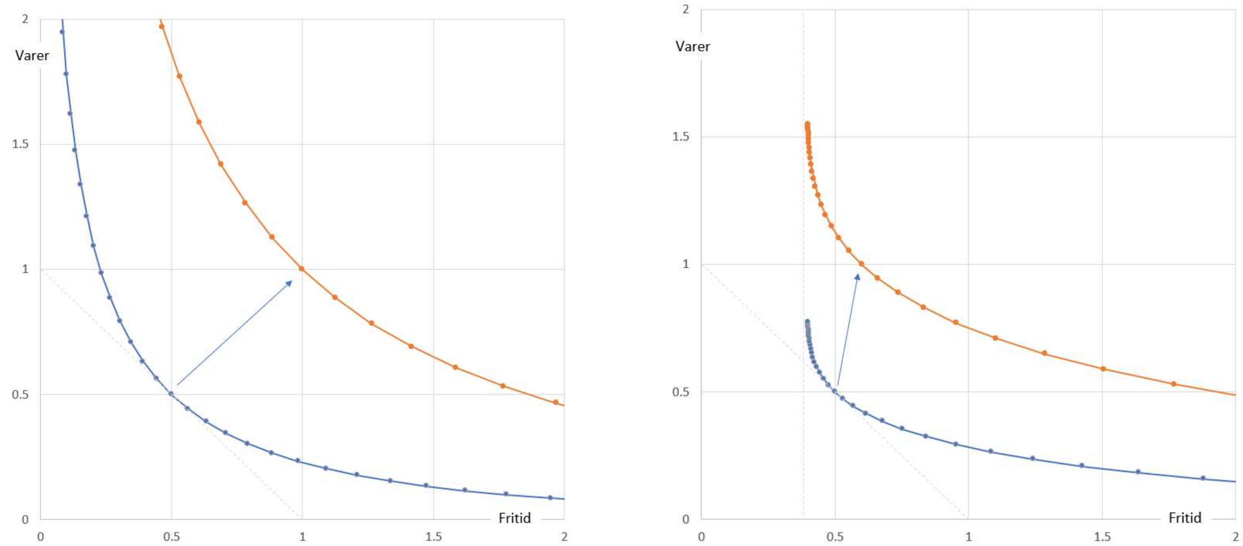
I den venstre figur er der intet minimumsforbrug, mens fritiden i den højre figur har et minimumsforbrug på 0.4 (hvilket er ret meget ud af en initialværdi på 0.5). I begge figurer er arbejdsudbudselasticiteten 0.1, og i den højre figur medfører minimumsforbruget, at σ_V skal sættes op i forhold til den venstre, for at få den samme arbejdsudbudselasticitet.[22] I figurerne vises det hvad der sker, når reallønnen efter skat fordobles, svarende til at budgetlinjen gennem (1, 0) drejes opad. Substitutionseffekten fra den fordoblede realløn efter skat trækker i retning af, at der bruges mindre fritid og flere varer, mens indkomsteffekten gør, at der bruges mere af begge. I dette tilfælde netter substitutions- og indkomsteffekter næsten ud, men substitutionseffekten vinder dog på målfoto, således at fritidsforbruget samlet set falder lidt (0.1%, hvis reallønnen efter skat stiger med 1%). Hvis substitutionselasticiteten σ_V havde været 1, ville de to effekter

[22] Substitutionselasticiteten er større i den højre figur, end i den venstre. Det kan måske undre, at kurverne i den højre figur skulle krumme *mindre*, men det gør de rent faktisk, hvis man tager højde for det reelle koordinatsystem, som har origo i punktet (0.4, 0) og ikke (0, 0). Hvis man i den højre figur med udgangspunkt i punktet (0.5, 0.5) på den blå kurve vælger det næste punkt til venstre, vil det rent faktisk bevæge sig mere mod sin egen x-akse (som er en lodret linje for x = 0.4), end det er tilfældet i den venstre figur (som har den "rigtige" x-akse som x-akse).

nøjagtigt nette ud. Man kan også illustrere den rene indkomsteffekt, dvs. hvad der sker, når nytten stiger, mens de relative priser er uforandrede.

Figur 5. Indkomsteffekter i fritidsforbruget (ε_{LL} = 0.1)

σ_V = 1.2, minimumsforbrug = 0 | *σ_V = 1.6, minimumsforbrug = 0.4*



I denne højre del af denne figur er indkomstelasticiteten mht. fritid kun 0.2, dvs. at en fordobling af nytten gør, at punktet flytter sig fra (0.5, 0.5) til (0.6, 1.0), dvs. at fritidsforbruget ikke bevæger sig ret meget. Med en additivt separabel funktionsform ville man få, at fritidsforbruget slet ikke bevæger sig når nytten stiger, dvs. at den orange indifferenskurve ville være en nøjagtig vertikal parallelforskydning af den blå.

I specialtilfældet hvor $\varphi_V = 1$, fås (stadigvæk givet at givet at $Tr = \Delta Tr = 0$):

$$\dot{L} \;=\; V\,(\sigma_V - 1)\,(\dot{Wd} - \dot{P_Q})$$

Denne simple sammenhæng svarer til den relation, der også angives i Mooij (2000). Da der gælder at $\alpha_L = 1/V - 1$, fås følgende sammenhænge frem og tilbage mellem σ_V og ε_{LL}:

$$\sigma_V \;=\; \varepsilon_{LL}\,/\,V\; + 1 \qquad \text{eller} \qquad \varepsilon_{LL} = V\,(\sigma_V - 1) \tag{51}$$

I tilfældet hvor lump-sum-transfereringer ikke er med, dividerer man altså den ønskede arbejdsudbudselasticitet med fritidens andel af de potentielle arbejdstimer og lægger 1 til. Hvis V eksempelvis er sat til 0.5 i udgangspunktet, vil $\sigma_V = 1.2$ indebære en arbejdsudbudselasticitet på 0.1. Hvis V var sat til 0.1 i stedet, er $\sigma_V = 2$, men man ville få samme resultater, inkl. effekter på EV osv.[23]

---

[23] Hvis $Tr \neq 0$ eller $\Delta Tr \neq 0$, holder dette ikke, jf. kapitel 8. Mooij opererer med $Tr = \Delta Tr = 0$, og da han sætter V = 0.1 og $\varepsilon_{LL} = 0.2$, skal han derfor sætte σ_V = 3. I Danmark opereres der en vis konsensus om en arbejdsudbudelasticitet på 0.1, men man skal dog passe på med at blande selve arbejdsmarkedsdeltagelsen (ledig eller ej) sammen med valget af timeantal, jf. Kleven/Kreiner (2006): " The Marginal Cost of Public Funds: Hours of Work Versus Labor Force Participation", http://www.econ.ku.dk/ctk/Papers/mcf-rr5.pdf.

Et andet specialtilfælde er, hvis der ikke er lump-sum-transfereringer i udgangspunktet (dvs. $Tr = 0$), men man tillader at disse introduceres ($\Delta Tr \neq 0$). Derved reducerer (50) til

$$\dot{L} \;=\; \frac{(\sigma_V - 1)\,(\dot{Wd} - \dot{P_Q}) \;-\; \Delta Tr/(Wd \cdot L)}{\alpha_L/\varphi_V \;+\; 1}$$

En stigning i lump-sum-transfereringerne ΔTr (fra et udgangspunkt på nul) vil alt andet lige få arbejdsudbuddet til at falde (og fritidsforbruget (V)) til at stige, med mindre φ_V går mod nul (svarende til den additivt separable funktionsform mellem varer og fritid). I tilfældet $\varphi_V \to 0$, fås ingen effekt på arbejdsudbud (og fritid) af at ændre i transfereringerne. Sådan fungerer det i f.eks. DREAM, som har denne funktionsform indbygget, mens $\varphi_V = 1$ i de fleste andre danske CGE-modeller, herunder REFORM. I modeller som REFORM mfl. er der altså en påvirkning fra lump-sum-transfereringer over på det ønskede arbejdsudbud.

For $\varphi_V = 1$, dvs. standard CES med en indkomstelasticitet på 1 i fritidsforbruget, er ovenstående sammenhæng særligt simpel, nemlig:

$$\dot{L} = V \;\; \left((\sigma_V - 1)\,(\dot{Wd} - \dot{P_Q}) \;-\; \Delta Tr/(Wd \cdot L)\right) \tag{52}$$

I den generelle sammenhæng (50) er arbejdsudbudselasticiteten ikke veldefineret, forstået på den måde, at en stigning i reallønnen efter skat, $/P_Q$, påvirker arbejdsudbuddet forskelligt, alt efter om stigningen i Wd/P_Q skyldes en stigning i Wd eller et fald i P_Q (eller en kombination af disse).

Marginal Cost of Public Funds (MCPF)

Det skal til sidst nævnes, at man relativt nemt kan beregne den kompenserede arbejdsudbudselasticitet ud fra den ukompenserede. Førstnævnte begreb bruges undertiden i mere partielle analyser af MCPF (Marginal Cost of Public Funds), hvor man f.eks. udregner MCPF ud fra marginalskattesatsen og den kompenserede arbejdsudbudselasticitet. I den lineariserede ændringsmodel havde vi fritidsforbruget givet på to måder:

$$\dot{V}/\varphi_V \;=\; \dot{U} \;-\; \sigma_V\left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right)\;(1 - \alpha_V)$$

$$\dot{V} = \; -\alpha_L \;\cdot\; \dot{L}$$

Der bliver derfor følgende sammenhæng (elasticitet) mht. det kompenserede arbejdsudbud $\dot{L}$ og reallønnen efter skat ($\dot{Wd} - \dot{P_Q}$), det hele opgjort for given for given nytte $\dot{U} = 0$:

$$\dot{L} \;=\; \sigma_V\;\frac{1 - \alpha_V}{\alpha_L/\varphi_V}\;\left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right)$$

Dette elasticitetsudtryk kunne evt. indsættes i en given formel for MCPF, hvorved der skabes en korrespondens til ”dybere” parametre, bl.a. de parametre som styrer valget mellem arbejde og fritid. Men hvorvidt man vha. mere partielle MCPF-formler kan få nogle særligt præcise størrelser for EV, skatteforvridning mv. ved et givet tiltag, er et åbent spørgsmål.

6 EV-mål og forbrugeroverskud

Den ækvivalerende variation (EV) er det oftest benyttede begreb til illustration af nyttevirkninger ved samfundsøkonomiske tiltag. Da EV opererer med startsituationens markedspriser, er det nemmere at forholde sig til, end det analoge CV-mål (kompenserende variation), som bruger slutsituationens markedspriser. Men de to mål er i praksis meget ens, med mindre der er tale om meget store tiltag (som påvirker markedspriserne meget).

Vi kan f.eks. antage, at der kun er to nyttebærende varer, D og C. Vi antager nu, at budgettet til varekøbet er givet og antager, at prisen P_D har ændret sig fra P_D^A til P_D^B, (mens P_C er uforandret). Så er arealet til venstre for den kompenserede efterspørgselskurve for D følgende:

$$\int_{P_D^A}^{P_D^A} D(U^A, P_D, P_C)dP_D = \int_{P_D^A}^{P_D^A} \frac{\partial Cost(U^A, P_D, P_C)}{\partial P_D} dP_D = Cost(U^A, P_D^B, P_C) - Cost\left(U^A, P_D^A, P_C\right) = CV \qquad (53)$$

Brøken i det andet udtryk er Shephard's lemma, som siger, at Hicks-efterspørgselsefunktionen fås som omkostningsfunktionen (udgiftsfunktionen) differentieret med prisen på den pågældende vare. Det tredje udtryk er definitionen på den kompenserende variation, *CV*. Man beregner de omkostninger der ville være (til de nye priser), hvis nytten var som i udgangssituationen, og fra dette fratrækkes de gældende omkostninger i udgangssituationen.

I det første integral er det den kompenserede efterspørgselskurve (Hicks), og den kan approksimeres med den ukompenserede efterspørgselskurve (Marshall), hvor budgettet i den sidste forudsættes konstant givet.[24] At dette budget forudsættes givet er nødvendigt for, at den ukompenserede efterspørgselsekurve skal approksimere den kompenserede efterspørgselskurve så godt som muligt (nytten holdes konstant i sidstnævnte). De to kurver vil være ens under visse forudsætninger, f.eks. at budgetandelen for den betragtede vare er tilstrækkeligt lille.

Så hvis kun én pris ændrer sig, og hvis der ses på Hicks-efterspørgselskurven, vil man kunne få CV (og dermed også et godt bud på EV, som i øvrigt også kan defineres ud fra et lignende integral) ud fra arealet under kurven. Arealet under markedsefterspørgslen (Marshall-efterspørgslen) vil normalt være en udmærket approksimation. [25] Arealet kalder man ofte også for ændringen i konsumentoverskuddet (consumer surplus), og hvis efterspørgselsfunktionen antages lineær, kan det beregnes som følger:

$$\Delta CS = -\Delta P_D \frac{D^A + D^B}{2} = -\Delta P_D \widetilde{D} \qquad (54)$$

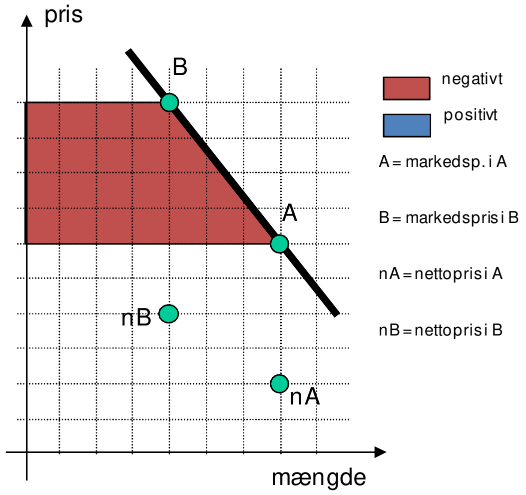
Her står $\widetilde{D}$ for gennemsnittet over de to situationer (A og B). Så ændringen i konsumentoverskuddet ΔCS kan altså beregnes som ændringen i markedsprisen ganget med gennemsnittet af *D*. Det kan illustreres som i nedenstående figur:

---

[24] Denne forudsætning er så også begrebets achilleshæl, for typiske anvendelser i en fuldt specificeret model, vil dette budget netop ikke kunne forudsættes konstant (det kan påvirkes af løn efter skat, arbejdsudbud, offentlige transfereringer mv.).

[25] Se mere i Willig, R. D., "Consumer's surplus without apology", American Economic Review, 1976, 66 (4), 589-97.

Figur 6. Ændringen i konsumentoverskuddet (vare *D*)



I denne figur ville arealet være 22, svarende til (10-6) · (4+7)/2. Hvis der er flere varer, som ændrer pris på samme tid, kan man beregne Δ*CS* enkeltvist for hver vare og summe sammen, men dette vil kun gælde approksimativt (med mindre krydspriselasticiteterne ser ud på en bestemt måde).

I vores model er der tre forbrugskomponenter: *D*, *C* og *V*, som begrebsmæssigt erhverves ud fra den samlede fritidskorrigerede indkomst:

$$I \;=\; P_D D + P_C C + Wd \cdot V \qquad (55)$$

Som nævnt i afsnit 2, kan *I* skrives som:

$$I \;=\; Wd \cdot 1 + Tr \qquad (56)$$

Her er 1 udtryk for det maksimale antal timer, der potentielt kan arbejdes (hvis *V* = 0). Så hvis påvirkningen af *Wd* eller *Tr* er stor ved et givet eksperiment, skal man passe på med at bruge arealerne under kurverne. Det første vil eksempelvis være tilfældet, hvis der pålægges en afgift på *D*, og det antages at være indkomstskattesatsen *t*, som balancerer den offentlige saldo.

6.1 Dekomponering af EV-mål

Som vist i Stephensen et al. (2010), kan EV-målet dekomponeres i en række underkomponenter. Der gælder, at:

$$EV \;=\; I^B - I^A + \frac{P_U^A - P_U^B}{P_U^B}\, I^B \;= EV_I + EV_{CS} \tag{57}$$

$$\text{hvor}\;\; EV_I \;=\; I^B - I^A \quad \text{og} \quad EV_{CS} \;=\; \frac{P_U^A - P_U^B}{P_U^B}\, I^B \tag{58}$$

Man kan foretage følgende omskrivning af *I*:

$$I \;=\; Wd \cdot 1 + Tr = \; W \;\cdot\; L + \; Wd \;\cdot\; V - t \;\cdot W \cdot\; L \; + Tr \tag{59}$$

hvor det udnyttes, at *Wd* = (1 – *t*) *W* og *V* + *L* = 1. Nu kan vi så opskrive EV_I på følgende måde:

$$EV_I = EV_{PS} \;+\; EV_V \;+\; EV_{Tax} \;+\; EV_{Lump} \tag{60}$$

$$EV_{PS} = W^B L^B - W^A L^A \tag{61}$$

$$EV_V = Wd^B V^B - Wd^A V^A \tag{62}$$

$$EV_{Tax} = -t^B W^B L^B + t^A W^A L^A \tag{63}$$

$$EV_{Lump} = Tr^B - Tr^A \tag{64}$$

Altså kan EV_{CS} forstås som EV-bidrag fra konsumentoverskuddet, EV_{PS} er EV-bidrag fra producentoverskuddet, EV_V er EV-bidrag fra forbrug af fritid (arbejdsudbudseffekter), EV_{Tax} er EV-bidrag fra indkomstskatteforvridning, og EV_{Lump} er EV-bidrag fra lump-sum-overførsler.

Disse dekomponeringer kan ikke umiddelbart fås i en partiel analyse, da de bl.a. afhænger af prisen på nytte, skattesats og lønnen efter skat mm. Så dekomponeringen er mest velegnet, hvis man kører med modellen i niveau, jf. kapitel 2.

Navngivningen af disse dekomponeringselementer bør nok afklares, f.eks. er det formentlig i denne model forkert at kalde EV_{PS} for bidrag til ”producentoverskuddet”, da der i denne model er antaget konstant skalaafkast.

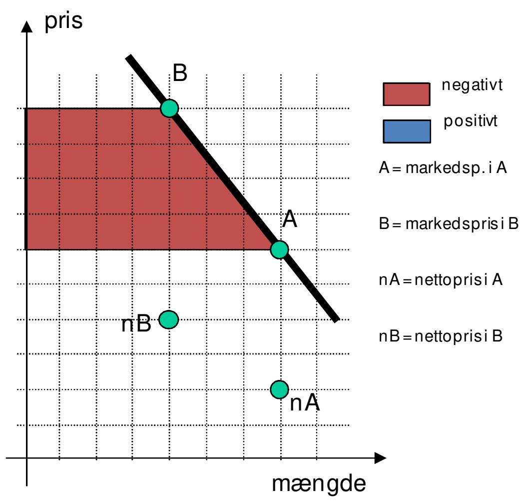
7 Sammenhæng mellem trekantsberegninger og EV-mål

Med ”trekantsberegninger” menes partielle beregninger, som nemt kan foretages i et regneark, uden opstilling og kalibrering af nogen bagvedliggende model. Trekantsberegninger tager udgangspunkt i ændringen i konsumentoverskuddet (ΔCS) og tillægger effekten på det offentlige afgiftsprovenu.[26] I det følgende betyder overstillet tilde aritmetisk gennemsnit over de to perioder A og B, dvs. $\tilde{X} = (X^A + X^B)/2$. Vi ser i det følgende kun på varen *D*, og trekantsarealet er så ændringen i konsumentoverskuddet plus ændringen i det offentlige provenu:

$$\text{Trekant} = -\Delta P_D\, \tilde{D} \;+\; t_D^B\, D^B -\; t_D^A\, D^A \qquad (65)$$

Det første led, $-\Delta P_D\, \tilde{D}$, kan illustreres som følger:

Figur 7. Ændringen i konsumentoverskuddet (vare *D*)



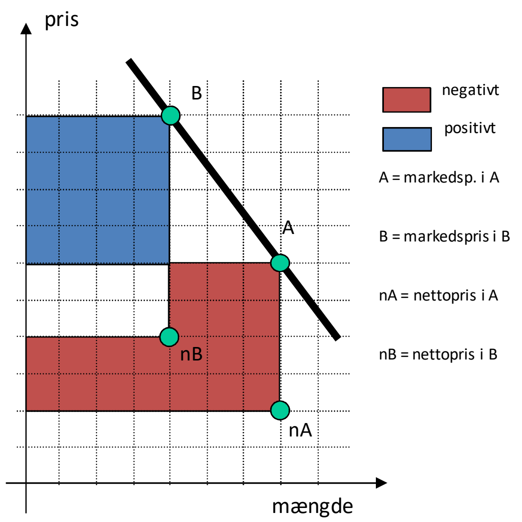
Note: I denne figur og de følgende abstraheres fra moms, så markedspriserne i figuren skal opfattes som nettopriser plus mængdeafgifter.

Det er gennemsnittet af mængden ganget med ændringen i markedsprisen, hvilket (givet at efterspørgselsfunktionen er lineær og/eller der er tale om små ændringer) vil svare til arealet til venstre for efterspørgselskurven (jf. også kapitel 6 mht. fortolkningen af dette areal).

Det andet led, $t_D^B\, D^B -\; t_D^A\, D^A$, er ændringen i mængdeafgiftsprovenuet på den betragtede vare, hvilket illustreres i den følgende figur. Her kan t_D^B i figuren findes som afstanden mellem punkterne nB og B, svarende til markedsprisen minus nettoprisen, og på samme måde er t_D^A er afstanden mellem punkterne nA og A.

[26] Som udtryk for, at dette afgiftsprovenu i sidste ende føres tilbage til forbrugerens budget.

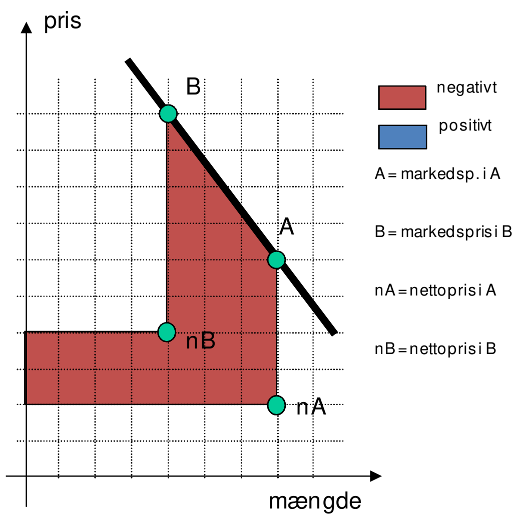
Figur 8. Ændring i afgiftsprovenu



Dette led indfanger det faktum, at de forøgede udgifter til varen (tabet af konsumentoverskuddet) ikke kun hidrører fra stigningen i nettoprisen (som stiger fra 2 til 4), men også fra en stigning i afgiften (som stiger fra 4 til 6). Den sidste kilde til stigningen i markedsprisen er en indtægt for staten, og i en model som denne føres denne indtægt tilbage til forbrugeren, f.eks. i form af en lempelse af indkomstskattesatsen. Hvis arbejdsudbuddet antages konstant, får forbrugeren altså en overførsel tilbage, som denne kan bruge på forbrugsvarerne, eller man kan sige, at forbrugerens budget øges. Arealet i Figur 8 korrigerer for denne tilbageførsel, som alt andet lige giver en stigning i forbrugsvarerne (*D* og *C* i vores model).

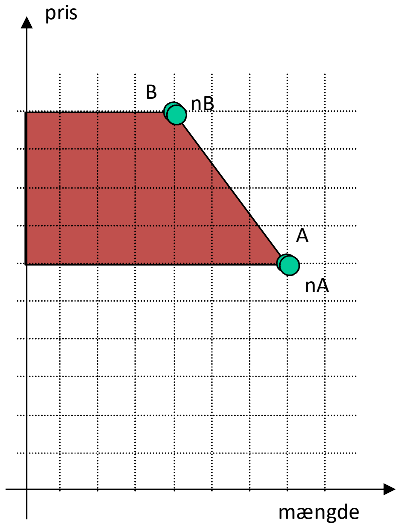
Hvis de to led sættes sammen, fås følgende figur:

Figur 9. Samlet trekantsareal



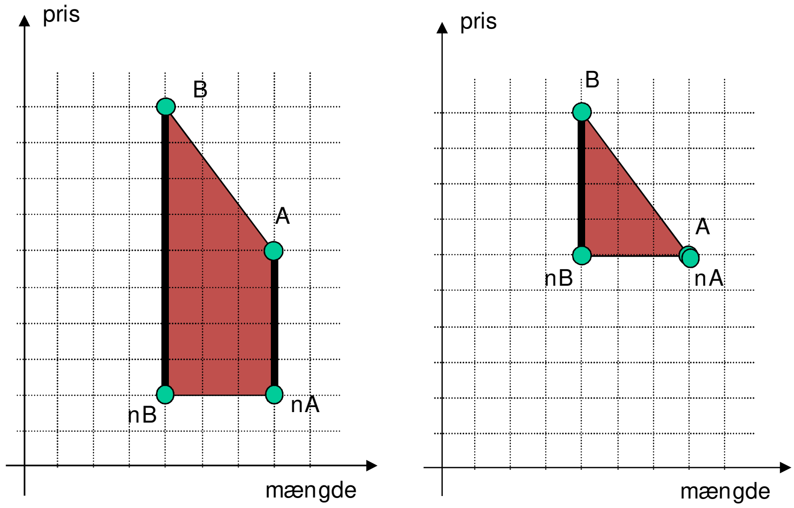
Denne figur har nogle specialtilfælde, nemlig hvis der kun er en stigning i nettoprisen, og hvis der kun er en stigning i afgiften. Hvis markedsprisstigningen er fremkommet ved, at det kun er nettopriserne som ændres, fås følgende:

Figur 10. Ændring i nettoprisen, ingen afgifter



Her er arealet helt svarende til ændringen i konsumentoverskuddet. Der er ingen effekt fra afgiftsprovenuet, og dermed (hvis det antages, at arbejdsudbuddet og dermed lønindkomsten ikke påvirkes) ingen påvirkning af husholdningernes budget. Dermed holder antagelserne fra kapitel 6, og arealet er en god approksimation af EV-tabet.[27]

Figur 11. Effekt af en afgiftsstigning (med og uden afgifter i startsituationen)



I ovenstående figur er nettoprisen uændret, mens afgiften ændres med fire enheder, og afgiftens størrelse vises med fede linjer. Hvis der er afgifter i forvejen (den venstre figur), er forvridningstabet større end, hvis der ikke er afgifter i forvejen (højre). Den højre figur er den figur, som har inspireret til benævnelsen ”trekantstab” i forbindelse med cost-benefitanalyser.

[27] Givet at varen har forholdsvist lille budgetandel og efterspørgselskurven er forholdsvist lineær (eller stødet er lille). For at dette holder, skal priserne være markedspriser, dvs. inkludere moms.

Ovenstående figurer illustrerer trekantsberegningerne, og vi vil nu se på det 'sande' udtryk for EV i en situation, hvor arbejdsudbuddet er konstant. I så fald gælder der følgende approksimative formel for EV (jf. appendikset i kapitel 11):

$$EV = (1+\alpha_{tCD})\,(1+t_{VAT}) \cdot \left(\Delta E \;(P_E - Pn_E) \; - \Delta Pn_E\, E \; + \Delta D \left(\frac{P_D}{(1+\alpha_{tCD})\,(1+t_{VAT})} \; - \; Pn_D\right) \; - \; \Delta Pn_D\, D\right) \tag{66}$$

hvor

$$1+\alpha_{tCD} \; = \; \frac{(Pn_D + t_D)\, D \; + \; (Pn_C + t_C)\, C}{Pn_D\, D + Pn_C\, C} \tag{67}$$

eller den ækvivalente

$$1+\alpha_{tCD} \; = \frac{1}{1+t_{VAT}} \quad \frac{P_D\, D \; + \; P_C\, C}{Pn_D\, D + Pn_C\, C} \tag{68}$$

Udtrykket α_{tCD} er udtryk for den samlede mængdeafgiftsbelastning for både *D* og *C* (momsen t_{VAT} regnes ikke med i dette). Hvis budgetandelen for *D* er lille relativt til *C*, bliver $\alpha_{tCD} = t_C/Pn_C$, altså mængdeafgiften på *C* relativt til nettoprisen på *C*. Det ses, at der ganges $(1+\alpha_{tCD})\;(1+t_{VAT})$ på hele udtrykket, herunder eksempelvis leddet $-\Delta Pn_E\; E$, som udtrykker stigninger i nettoprisen på energiinputtet (f.eks. som følge af fordyrende krav til energiteknologier). Udtrykket $(1+\alpha_{tCD})\;(1+t_{VAT})$ kan fortolkes som nettoafgiftsfaktoren, eller det samlede afgiftstryk. Denne nettoafgiftsfaktor er ifølge Finansministeriets seneste vejledning 1.325.[28]

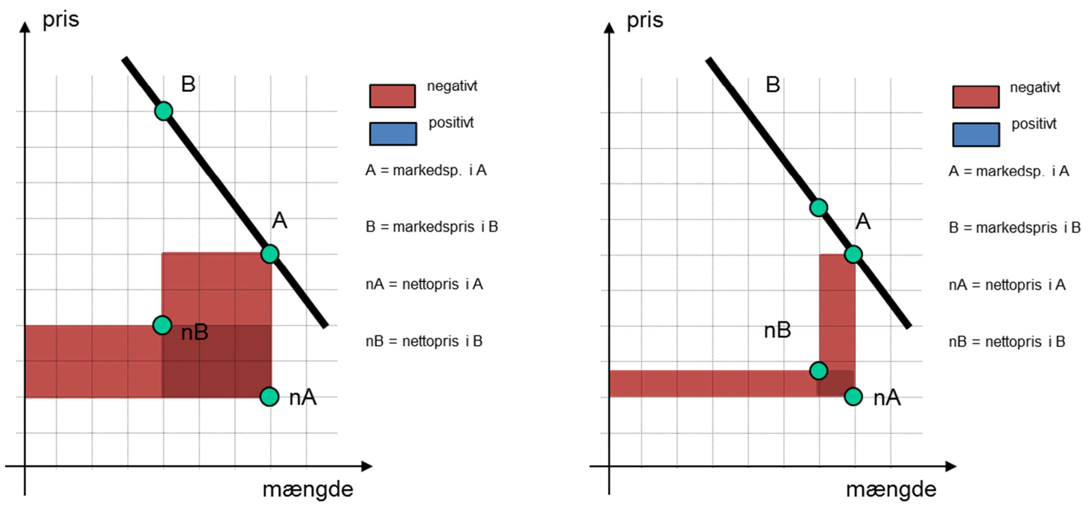
Lad os se nærmere på det indre af formlen. Hvis vi for enkelheds skyld antager, at $\alpha_{tCD} = \; t_{VAT} = 0$, bliver det indre af EV-udtrykket relateret til *D* følgende:

$$\text{Indre EV-udtryk} \; = \; \Delta D \;\; (P_D \; - Pn_D) \;\; - \Delta Pn_D\; D \tag{69}$$

Dette kan fortolkes som afgiftsforvridning (det første led) samt nettopriseffekt. Det bemærkes, at leddet svarende til *E* er helt analogt. Vi kan illustrere udtrykket på følgende måde:

[28] Jf. afsnit 4.4 i "Vejledning i samfundsøkonomiske konsekvensvurderinger", august 2017, https://www.fm.dk/publikationer/2017/vejledning-i-samfundsoekonomiske-konsekvensvurderinger

Figur 12. Velfærdstab ud fra EV-formel



Note: det mørkerøde areal tæller dobbelt (pga. overlap).

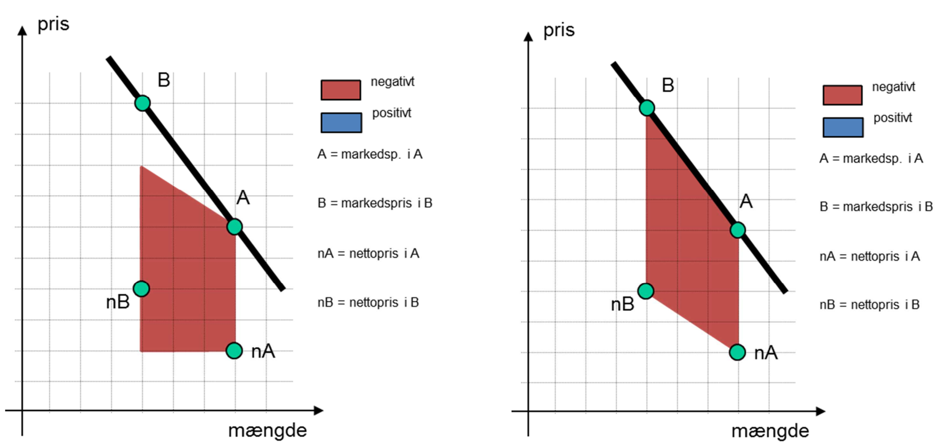
I den venstre figur ses det, at korrespondancen til Figur 9 ikke er præcis i det generelle tilfælde, selv om arealet i ovenstående figur tilfældigvis svarer til Figur 9 (husk at det mørkerøde areal er overlappende).[29] Jo mindre stødet er, jo bedre vil EV-formlen passe, som det illustreres i den højre figur, og i grænsen (dvs. for infinitesimale ændringer) er de to udtryk ens.

Der er dog en måde at korrigere EV-formlen på, som skaber korrespondens, nemlig ved at bruge *gennemsnit* af niveau-størrelserne, i stedet for at bruge værdier fra situation A. Vi får så følgende formel:

$$\text{Indre EV-udtryk} = \Delta D\ \left(\tilde{P}_D - \tilde{P}n_D\right) - \Delta Pn_D\,\tilde{D} = \Delta D\ \tilde{t}_D - \Delta Pn_D\,\tilde{D} \tag{70}$$

Det er altså mængdeændringen gange gennemsnitsafgiften (givet som $\tilde{P}_D - \tilde{P}n_D = \tilde{t}_D$) minus nettoprisændringen gange gennemsnitsmængden.

Figur 13. Første del af indre udtryk, EV-formel

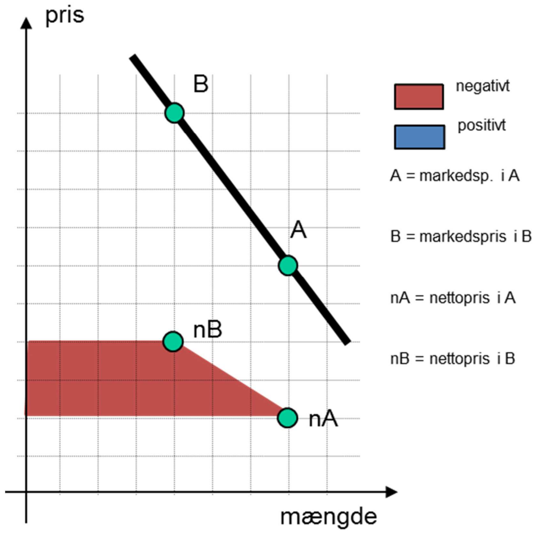


[29] Hvis eksempelvis nettoprisen i B var 3 i stedet for 4, er det ret oplagt, at figuren ikke ville passe med Figur 9.

I den venstre figur ses mængdeændringen gange gennemsnitsafgiften, idet afgiften i A er 4, mens den er 6 i B (den fås som afstanden mellem punkterne nA og A hhv. nB og B). I den højre figur er punkterne i venstre side af figuren rykket to enheder op, hvilket matematisk set ikke ændrer på arealet.

Det andet led af det indre udtryk har nedenstående areal:

Figur 14. Anden del af indre udtryk, EV-formel



Hvis man adderer Figur 13 (højre del) og Figur 14, er det tydeligt, at man får Figur 9, og det kan også vises, at

$$-\Delta P_D\,\widetilde{D} \;+\; t_D^B\,D^B - t_D^A\,D^A \;=\; \Delta D\;\tilde{t}_D \;\; -\Delta Pn_D\,\widetilde{D} \tag{71}$$

Så konklusionen på dette er, at man ved at bruge gennemsnit i stedet for A-værdier (udgangsværdier) mht. niveauerne i den lineære approksimationsformel kan gøre denne mere præcis mht. ikke-infinitesimale ændringer, og i det simple tilfælde uden arbejdsudbud, moms eller mængdeafgifter på *C* vil trekantsformlen og den lineære approksimationsformel være helt ens (når der bruges gennemsnit mht. niveau-variablerne).

7.1 Effekt på den ”skjulte” vare, *C*

I de såkaldte trekantsberegninger med forudsat uændret fritidsforbrug (dvs. fast arbejdsudbud) kan man ofte spørge sig selv om, hvad der egl. sker med den ”skjulte” vare *C*, når der foretages tiltag mht. *D*. I en model med eksogent arbejdsudbud og to varer *D* og *C*, vil der gælde følgende approksimative sammenhæng:

$$EV = \;\Delta D\;\tilde{P}_D + \Delta C\;\tilde{P}_C \tag{72}$$

Denne kan omskrives til

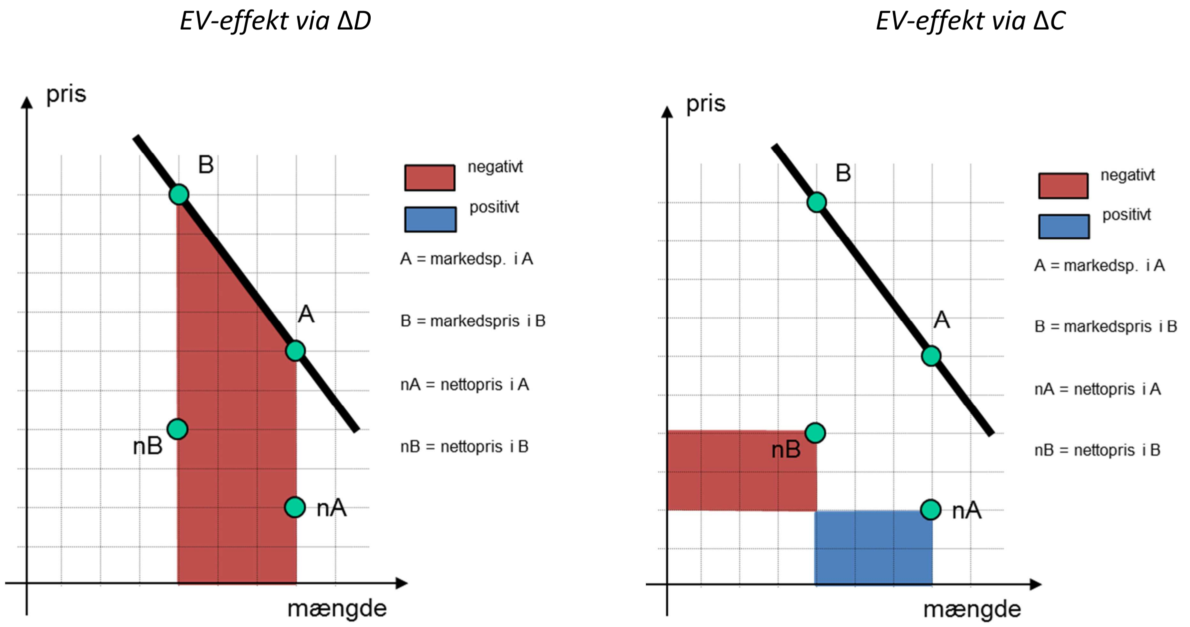
$$EV = \;\; \Delta D\;\tilde{P}n_D + \Delta D\;\tilde{t}_D + \Delta C\;\tilde{P}_C \tag{73}$$

(Der abstraheres stadigvæk fra moms). Hvis denne sammenlignes med trekantsformlen for EV, dvs. $\Delta D\ \tilde{t}_D - \Delta Pn_D\ \widetilde{D}$, fås følgende udtryk:

$$\Delta C\ \ \tilde{P}_C = -\Delta D\ \tilde{P}n_D\ \ - \Delta Pn_D\ \widetilde{D} \tag{74}$$

Den samlede EV kan så illustreres som følger (det huskes, at ΔD er negativ):

Figur 15. Effekt på EV, opdelt på de to varer



Hvis disse to figurer adderes, fås Figur 9. Figurerne beskriver ændringen i de to varer, ganget med (gennemsnittet) af deres respektive markedspriser. Den venstre figur er ligetil: hvis *D* falder med tre enheder, og gennemsnittet af markedsprisen er 8, vil bidraget til EV fra *D* være (–3) · 8 = –24.

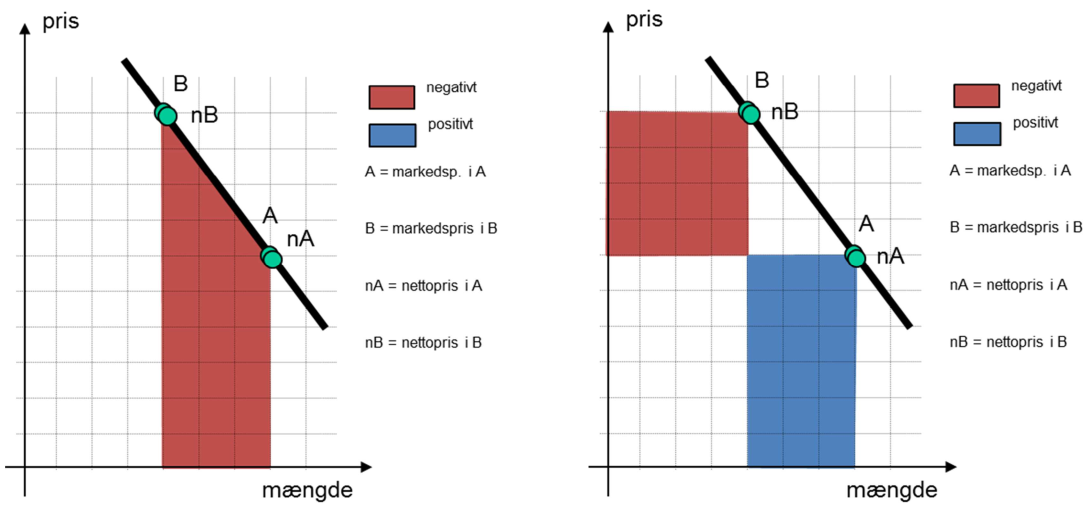
Bidraget til EV fra *C* vil være 6 – 8 = –2, jf. den højre del af figuren. Hvis gennemsnitsmarkedsprisen på *C* også er 8, ville dette svare til, at *C* falder med 0.25 enheder, men ellers afhænger faldet i *C* naturligvis af markedsprisen på denne. I eksemplet falder *C* også, hvilket skyldes, at stigningen i Pn_D giver en negativ indkomsteffekt på ΔC (det røde areal), som overdøver den positive substitutionseffekt på ΔC (det blå areal, som måler substitutionseffekten på *C* af, at prisen på *D* stiger i forhold til prisen på *C*).[30]

Som før kan det være illustrativt at betragte et par specialtilfælde:

[30] Man skal forestille sig, at det røde areal har en trekant til højre for sig, og at det blå areal har en trekant over sig. Disse to trekanter ophæver hinanden.

Figur 16. Effekt på EV af en nettoprisstigning

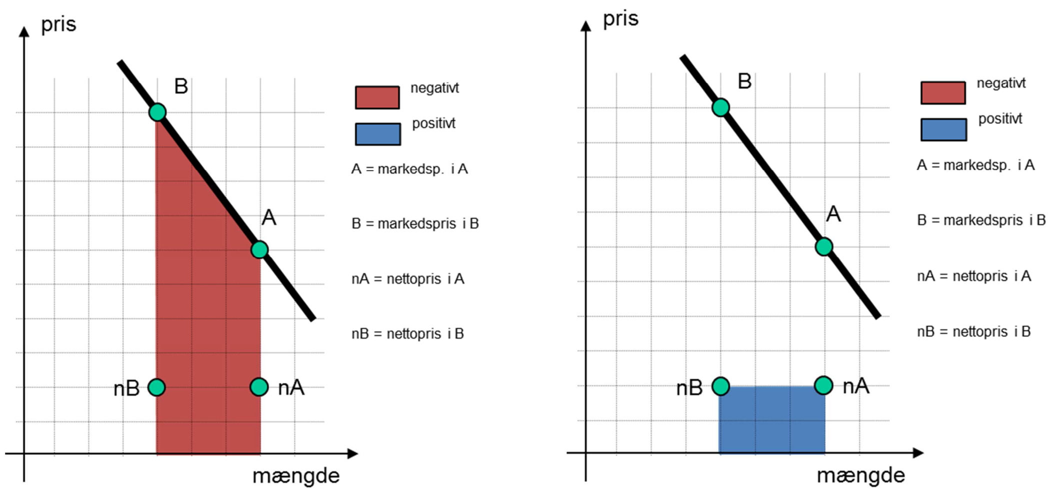
EV-effekt via ΔD *EV-effekt via ΔC*



Når disse figurer lægges sammen, fås Figur 10. I dette tilfælde er substitutionseffekten på ΔC (det blå areal) større end indkomsteffekten på ΔC (det røde areal), hvorfor $P_C\,\Delta C = 2$, dvs. at vi får en stigning i C, som tæller positivt i velfærdsmålet og modvirker nyttetabet i den venstre del af figuren (samlet fås EV-bidrag fordelt på de to varer = –24 + 2 = –22).

Figur 17. Effekt på EV af en afgiftsstigning, med afgifter i startsituationen

EV-effekt via ΔD *EV-effekt via ΔC*



Når disse figurer lægges sammen, fås Figur 11. I dette tilfælde er der kun substitutionseffekt på ΔC (det blå areal), hvorfor $P_C\,\Delta C = 6$, dvs. at vi får en utvetydig stigning i C (samlet fås EV-bidrag fordelt på de to varer = –24 + 6 = –18).

8 Numeriske eksperimenter

I kapitel 7 (og mere detaljeret i appendikset i kapitel 11) blev det vist, hvordan man kan tilnærme det "sande" EV-mål, under antagelse om, at arbejdsudbuddet er eksogent/uændret (og budgetandelene for *D* og *E* er små). Denne tilnærmelse kunne opskrives uden at involvere "almindeligt" forbrug, *C*, og i den forstand kunne tilnærmelsen siges at være partiel (dvs. basere sig på de observerbare størrelser *D* og *E*).

Når arbejdsudbuddet ikke er fast, er det mere vanskeligt at opskrive partielle tilnærmelser, dvs. inkorporere arbejdsudbudselasticiteten, indkomstskattesatsen mv. i trekantsformlerne. Det er spørgsmålet, om dette overhovedet er muligt, hvilket er et åbent spørgsmål. Selv hvis det er muligt, kan det også være, at formlen ville blive så indviklet, at man lige så godt kan bruge den fulde analytiske løsning vist i appendikset i kapitel 10.

Mht. de numeriske eksperimenter, foregår disse på tre modeller:

1. Niveaumodellen (opskrevet i calibrated share form), som vist i kapitel 2.
2. Lineariseret ændringsmodel, som vist i kapitel 4.
3. Regnearksudgave af lineariseret ændringsmodel.[31]

Hvis man skal ændre i selve modellen (de matematiske relationer), er niveaumodellen i (1) den nemmeste at bruge, da ligningerne ikke skal differentieres/lineariseres. Derudover vil den også være præcis for ikke-infinitesimale ændringer. De to sidste giver de samme lineære approksimationer. I (2) løses ligningerne vha. en ligningsløser (solver), mens de i (3) er løst analytisk.

Alle de tre modeller replicerer resultaterne i Mooij (2000), tabel 3.4. Mooijs model er en lineariseret ændringsmodel, så replikationen er også et test af, at (1) er korrekt som bagvedliggende niveaumodel.

I det følgende vil vi se på nogle konkrete modeleksperimenter, forklaringer er under tabellen. Det skal understreges, at alle eksperimenterne er med standard CES-nytte mht. valget mellem varer og fritid, svarende til, at varer og fritid følges ad, når nytteniveauet stiger ($\varphi_V = 1$).

[31] Denne udgave kan downloades herfra:
https://ens.dk/sites/ens.dk/files/Analyser/wp19_interact_simple_cge_lin_version1.xlsx .

Tabel 3. Oversigt over simulationseksperimenter (absolutte ændringer)

Eksogent arbejdsudbud (σ_V = 1)									
		D	*C*	*V*	*E*	*Y*	EV	Trekant	Off. saldo
Δ*t*	1. *tD* øges	-0.4125	0.4125	0.0000	0.0000	0.0000	**-0.0825**	-0.0817	0.9171
	2. *PnD* øges	-0.4224	-0.5776	0.0000	0.0000	0.0000	**-1.0845**	-1.0856	-0.0845
	3. *tE* øges	-0.0008	-0.0830	0.0000	-0.4191	-0.5030	**-0.0840**	-0.0842	0.9156
	4. *PnE* øges	-0.0107	-1.0731	0.0000	-0.4191	-0.5030	**-1.0860**	-1.0881	-0.0860
Δ*Tr*	5. *tD* øges	-0.4186	-0.1925	0.1508	-0.0030	-0.6141	**-0.3895**	-0.0835	0.9153
	6. *PnD* øges	-0.4219	-0.5218	-0.0139	0.0003	0.0565	**-1.0562**	-1.0855	-0.0843
	7. *tE* øges	-0.0036	-0.3573	0.0684	-0.4205	-0.7814	**-0.2232**	-0.0850	0.9148
	8. *PnE* øges	-0.0069	-0.6867	-0.0963	-0.4172	-0.1108	**-0.8899**	-1.0869	-0.0848
Arbejdsudbudselasticitet = 0.1 (σ_V = 1.2)									
		D	*C*	*V*	*E*	*Y*	EV	Trekant	Off. saldo
Δ*t*	9. *tD* øges	-0.4127	0.3944	0.0045	-0.0001	-0.0185	**-0.0917**	-0.0817	0.9170
	10. *PnD* øges	-0.4248	-0.8166	0.0596	-0.0012	-0.2426	**-1.2058**	-1.0863	-0.0852
	11. *tE* øges	-0.0010	-0.1015	0.0046	-0.4192	-0.5218	**-0.0934**	-0.0842	0.9155
	12. *PnE* øges	-0.0131	-1.3124	0.0597	-0.4203	-0.7459	**-1.2074**	-1.0888	-0.0867
Δ*Tr*	13. *tD* øges	-0.4199	-0.3243	0.1837	-0.0037	-0.7479	**-0.4565**	-0.0839	0.9149
	14. *PnD* øges	-0.4232	-0.6537	0.0190	-0.0004	-0.0773	**-1.1231**	-1.0859	-0.0847
	15. *tE* øges	-0.0042	-0.4233	0.0848	-0.4208	-0.8483	**-0.2567**	-0.0852	0.9146
	16. *PnE* øges	-0.0075	-0.7526	-0.0799	-0.4175	-0.1777	**-0.9233**	-1.0871	-0.0850

Note: Tallene for *V* er ganget med en faktor 100 af overskuelighedsgrunde. Der kalibreres med *V* = 0.5, og der er ingen moms, ej heller mængdeafgifter på *C*. Der er kalibreret med $\sigma_{CD} = \sigma_{LE}$ = 0.5, og indkomstskattesatsen er sat til *t* = 0.5. Mængdeafgifterne er sat til $t_D = t_E$ = 0.2. Niveauerne for *D*, *E* og *C* er sat, så *D* og *E* har små omkostningsandele. Støddene er små, så der kan sammenholdes med den lineariserede udgave.

Tabellen er delt i to dele, dels med eksogent arbejdsudbud (ved skattefinansiering), og dels med en arbejdsudbudselasticitet på 0.1 (svarende til σ_V = 1.2). I hver deltabel finansieres der på to måder: enten vha. Δ*t* (ændringer i indkomstskattesatsen) eller Δ*Tr* (ændringer i lump-sum-transfereringerne). Der foretages fire eksperimenter: t_D (afgift på forbrugsvaren) øges, Pn_D øges (nettoprisen på forbrugsvaren), t_E (afgift på inputvaren) øges, og Pn_E øges (nettoprisen på inputvaren). Der fokuseres på effekter af arbejdsudbud og forskellige finansieringsmetoder, og for at komplicere så lidt som muligt er der ingen moms, ej heller mængdeafgifter på *C*.

Detaljer vedr. tabellen:

- Trekantsformlen er (66) side 36.
- Den yderste kolonne med offentlig saldo er kun provenuvirkningen fra *D* og *E*, dvs. mængdeafgiften på disse.
- Alle tallene i tabellen er tjekket i hver af de tre modeltyper omtalt i starten af kapitlet.

8.1 Kommentarer til tabellens resultater

Vi starter med at se på den øverste del af tabellen, dvs. med eksogent arbejdsudbud og med finansiering via Δt. Tabellen viser absolutte ændringer, så når t_D øges, falder *D* med 0.4125 enheder, mens *C* stiger med 0.4125 enheder. Der sker altså kun en overflytning fra *D* til *C* (som begge har nettoprisen 1), men da der i forvejen er afgifter på *D*, bruges der i forvejen for lidt af denne (velfærdsmæssigt set). Derfor er der et velfærdstab, svarende til Figur 11 side 35 (venstre del). EV-målet er -0.0825, hvilket svarer fint til en trekantsberegning af samme, som giver -0.0817.[32] Det offentlige budget forbedres med 0.9171 fra afgiftsprovenuet på *D*.

Hvis Pn_D øges (tabellens række (2)), er der også en indkomsteffekt, idet *D* falder med 0.4224 enheder, mens *C* falder med 0.5776 enheder, så der er ikke længere tale om en overflytning mellem de to varer. Derfor bliver tabet i EV også væsentligt større end før, nemlig -1.0845. Igen passer trekantsberegningen udmærket, og dette tab svarer til Figur 10 side 35. Det offentlige budget forringes med 0.0845, pga. faldet i *D*.

Når t_E og Pn_E øges (tabellens række (3) og (4)), sker der i begge tilfælde et fald i *E* på 0.4191 enheder, og et fald i *Y* på 0.4191 enheder. Der sker ikke ret meget med *D* (for uendeligt lille *D*-budgetandel ville effekten være 0), mens der er store forskelle mht. *C*. Med afgiftsændring falder *C* med 0.0830 enheder, mens *C* falder er 1.0731 enheder, når det er en nettoprisændring. Igen passer trekantsformlen fint, og da *E* er ikke nyttebærende, kommer velfærdseffekten igennem faldet i *C.*[33]

Efter disse fire effekter vises de tilsvarende effekter med lump-sum lukning af den offentlige balance (via transfereringerne ΔTr, jf. tabellens række (5)-(8)). Det ses her, at *V* påvirkes, og dermed arbejdsudbuddet. Det skyldes, at med lump-sum-lukning påvirkes efter-skat-reallønnen primært af afgiften (som får reallønnen til at falde), mens der ikke fås den modsatrettede effekt på efter-skat-reallønnen fra et fald i indkomstskattesatsen. Det var denne modsatrettede effekt, som i en model med kun én vare helt ophæver virkningen fra afgiftssatsen, jf. afsnit 5.1 og appendikset i kapitel 12. De negative effekter på EV er generelt større end med indkomstskattefinansiering, og trekantsformlerne er misvisende, især i afgiftseksperimenterne.

---

[32] Tallene ville blive helt ens, hvis ændringerne og budgetandelene for *D* og *E* blev gjort arbitrært små.

[33] Virkningen fra *E* kan opfattes som et produktivitetstab, forårsaget af en mindre effektiv produktion (enten via inoptimal faktorsammensætning, eller via en fordyrelse af produktionsfaktoren (*E*)). Produktivitetstabet giver sig udslag i mindre *Y* og mindre *C*.

I den anden halvdel af tabellen vises de samme eksperimenter, men nu med σ_V = 1.2, hvilket svarer til en arbejdsudbudselasticitet på 0.1. Med skattefinansiering fås større velfærdstab i dette tilfælde, da indkomstskattestigningen får reallønnen efter skat til at falde, hvilket får arbejdsudbuddet til at falde (og fritidsforbruget til at stige). Det stigende fritidsforbrug koster samlet set nytte i en sådan model, hvor fritidsforbruget i forvejen er kraftigt subsidieret. Korrektion af trekantsberegningen vha. det offentlige budget er ikke helt oplagt. I tabellens række (9) og (11) skulle der fratrækkes ca. 1% af provenuet, mens der i række (10) og (12) skulle tillægges ca. 140% af provenuet, for at få trekantsformlen og det ”sande” EV-mål til at stemme.[34]

Sammenfattende kan det især overraske, at trekantsformlen passer så dårligt med det ”sande” EV-mål, når der ændres i afgiftssatserne på *E* eller *D* og tilbageføres lump-sum. Derfor skal man være påpasselig, hvis man foretager regnearksberegninger af afgiftsændringer, hvor det implicit forudsættes, at der er lump-sum-tilbageførsel af eventuelle provenuændringer. Denne effekt accentueres af, at forholdet mellem varer og fritid er uafhængigt af nytteniveauet i en standard CES-nyttefunktion ($\varphi_V = 1$), men diskrepansen er der stadigvæk (dog noget mindre) med en additivt separabel nyttefunktion ($\varphi_V = 0$). Se evt. mere om dette i appendikset i kapitel 12.

[34] Finansministeriet opererer pt. med en skatteforvridningsfaktor på 1.1, jf. Jf. afsnit 4.5 i ”Vejledning i samfundsøkonomiske konsekvensvurderinger”, august 2017, https://www.fm.dk/publikationer/2017/vejledning-i-samfundsoekonomiske-konsekvensvurderinger. Det vil sige, at hvis et tiltag f.eks. samlet set koster statskassen 1 mia. kr. i udgifter eller tabt provenu, skal der mht. den samfundsøkonomiske værdi af tiltaget fratrækkes 100 mio. kr., som udtryk for skatteforvridningstab (i form af mindsket arbejdsudbud), fordi indkomstskattesatserne alt andet lige må sættes op for at balancere det offentlige budget.

9 Konklusion og sammenfatning

Den vigtigste konklusion på notatet må være, at man efter forfatterens mening kan komme ret langt i retning af at bygge bro mellem partielle trekants-/regnearksberegninger (cost-benefit-beregninger) på den ene side og resultaterne fra mere avancerede CGE-modeller på den anden side. Som nævnt i indledningen indebærer større CGE-modeller en del arbejde med at opstille modellen, finde elasticiteter, kalibrere mv. – ikke mindst hvis CGE-modellen er dynamisk.

Den i notatet analyserede model, inspireret af Mooij (2000), kan bruges til at kaste lys over vigtige spørgsmål som skatte- og afgiftsforvridning, nettoafgiftsfaktor, skatte- og lump-sum-finansiering mv. Derudover kan modellen også bruges til at præcisere, hvad der egl. menes med f.eks. arbejdsudbudselasticiteten, som er et mindre veldefineret begreb, end man måske skulle tro.

Med skattefinansiering og fast arbejdsudbud, kan det ’sande’ EV-mål udledes ud fra de variabler, man bruger i en partiel tilgang, hvilket bl.a. kaster lys over fortolkningen af afgiftsforvridning, nettoafgiftsfaktor mv. Derudover kan den udvidede Mooij-model løses analytisk i en lineariseret udgave (jf. kapitel 4 og kapitel 10), hvilket gør det muligt at analysere denne model (for små ændringer) uden at skulle kalibrere parametre og bruge en egentlig CGE-løsningsalgoritme. Således kan Mooij-modellen løses i et regneark, hvilket åbner for muligheden af at bruge et sådant som supplement til, eller måske ligefrem erstatning af, de mere almindelige trekantsberegninger tilsat nettoafgifts- og skatteforvridningsfaktorer (regnearks-Mooij-modellen vil så have de mere partielle trekants-regneark som specialtilfælde). [35]

Det er klart, at Mooij-modellen som den er brugt her, udelader nogle væsentlige problemstillinger, såsom f.eks. imperfekt konkurrence, potentielle bytteforholdseffekter, kapitaldannelse/opsparing/dynamiske effekter/forventningsdannelse, heterogene husholdninger, progression i indkomstskatten mv. Sådanne effekter kan være betydelige og kræver i praksis en fuld CGE-model at analysere, men det ændrer ikke ved, at der stadigvæk er brug for en bedre forståelse af, hvordan trekantsarealerne og skatteforvridningstab mv. fortolkes i en cost-benefit-kontekst. Alene spørgsmålet om arbejdsudbudseffekter rummer i sig selv flere aspekter, end man måske skulle tro, ikke mindst fordi det ofte er uklart hvad der egl. menes med ’arbejdsudbudselasticiteten’, og desuden er det ofte uklart hvad der implicit antages om fritidsforbrugets afhængighed (eller mangel på samme) af nytteniveauet, dvs. spørgsmålet om indkomsteffekter i fritidsforbruget. Det er håbet, at nærværende notat også kan kaste lys over formuleringen af valget mellem varer og fritid og fungere som en reference mht. disse spørgsmål.

Undervejs i processen med at skrive papiret gik det op for forfatteren, at der i afgiftseksperimenter er væsentlige forskelle på nytteeffekterne (EV) alt efter om der skatte- eller lump-sum-finansieres. Afgiftsstigninger vil i sig selv fordyre den aggregerede vare, hvilket alt andet lige reducerer reallønnen efter skat og peger i retning af at købe færre varer, men til gengæld forbruge mere fritid (dvs. arbejde mindre). Med skattefinansiering er der en modsatrettet effekt på reallønnen efter skat, idet indkomstskattesatsen vil reduceres, som følge af det større afgiftsprovenu, og langt hen ad vejen er denne modsatrettede effekt fuldstændig, dvs. eliminerer det umiddelbare fald i reallønnen efter skat. Med lump-sum-tilbageførsel (dvs. en tilbageførsel som ikke påvirker lønnen efter skat, f.eks. ændringer i person-/bundfradraget o.lign.) fås

[35] Jf. https://ens.dk/sites/ens.dk/files/Analyser/wp19_interact_simple_cge_lin_version1.xlsx .

ikke denne modsatrettede effekt, og derfor bliver velfærdstabene større, fordi arbejdsudbuddet påvirkes mere. Dette gælder også (dog i mindre grad) med formuleringer af fritidsforbruget, hvor dette er uafhængigt at nyttenivauet. Disse resultater kunne fortjene en mere tilbundsgående analyse, især hvis man vil analysere tiltag, hvor eventuelle provenueffekter ikke kun neutraliseres vha. indkomstskattesatsen.

Det er som nævnt i indledningen tanken at nærværende notat mere skal ses som en proces, snarere end et endeligt facit, og det sidste ord er næppe sagt vedr. disse problemstillinger.

10 Appendiks: Løsning af ændringsmodel

Ændringsmodellen (jf. kapitel 4) kan løses analytisk, så den f.eks. nemt kan køres i et regneark.[36]

Vi vil her gøre det på to måder: dels ved at lukke den offentlige saldo med indkomstskattesatsen, og dels med lump-sum-transfereringerne.

Vi starter ud med at finde de relevante ligninger. Det skal her nævnes, at $\dot{P_D}, \dot{P_E}, \dot{P_C}, \dot{P_Q}$ og $\dot{W}$ er simple, da disse kan beregnes rekursivt før resten af modellen. Disse ligninger er derfor ikke gentaget nedenfor.[37]

Før ligningerne vises, vil vi dog først vise, hvordan $\dot{E}$ elimineres i ligningen for $\dot{Y}$:

$$\dot{Y} = \alpha_E\left(\dot{E} + P\dot{n}_E\right) + \alpha_D\left(\dot{D} + P\dot{n}_D\right) + \alpha_C\dot{C} + \alpha_G\dot{G} \tag{75}$$

$$\dot{E} = \dot{Y} + \sigma_{LE}\left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)(1 - \alpha_{LE}) \tag{76}$$

giver:

$$\dot{Y} = \frac{\alpha_E\left(\sigma_{LE}\left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)(1 - \alpha_{LE}) + P\dot{n}_E\right) + \alpha_D\left(\dot{D} + P\dot{n}_D\right) + \alpha_C\dot{C} + \alpha_G\dot{G}}{1 - \alpha_E} \tag{77}$$

Vi får så følgende seks ligninger (hvor ligningen for $\dot{Y}$ gentages), og i disse ligninger er $\dot{U}$ og Δt antaget givne på forhånd. Der er generelt indsat $\dot{Wd} = \dot{W} - \alpha_t\,\Delta t$, altså at lønnen efter skat afhænger af lønnen før skat korrigeret for ændringen i indkomstskattesatsen.

$$\dot{Q} = \dot{U} + \sigma_V\left(\dot{W} - \alpha_t\,\Delta t - \dot{P_Q}\right)\alpha_V \tag{78}$$

$$\dot{D} = \dot{Q} - \sigma_{CD}\left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right)(1 - \alpha_{CD}) \tag{79}$$

$$\dot{C} = \dot{Q} + \sigma_{CD}\left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right)\alpha_{CD} \tag{80}$$

$$\dot{Y} = \frac{\alpha_E\left(\sigma_{LE}\left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)(1 - \alpha_{LE}) + P\dot{n}_E\right) + \alpha_D\left(\dot{D} + P\dot{n}_D\right) + \alpha_C\dot{C} + \alpha_G\dot{G}}{1 - \alpha_E} \tag{81}$$

$$\dot{L} = \dot{Y} - \sigma_{LE}\left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)\alpha_{LE} \tag{82}$$

$$\dot{V} = -\alpha_L \cdot \dot{L} \tag{83}$$

Disse ligninger er rekursive, hvis vi antager $\dot{U}$ og Δt givne, dvs. at de føder ind i hinanden, men uden simultanitet. Fra disse ligninger får vi brug for $\dot{L}$ og $\dot{V}$, hvor den sidste er simpelt givet ud fra den første. Ændringen i arbejdsudbuddet kan ved indsættelse i de seks ligninger fås som følger:

---

[36] Jf. https://ens.dk/sites/ens.dk/files/Analyser/wp19_interact_simple_cge_lin_version1.xlsx .

[37] $\dot{P_C}$ er særligt simpel, da den er nul. $\dot{W}$ afhænger af $\dot{P_E}$.

$$\dot{L} = \frac{\alpha_E\left(\sigma_{LE}\left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)(1-\alpha_{LE}) + P\dot{n}_E\right)}{1-\alpha_E}$$

$$+ \frac{\alpha_D\left(\dot{U} + \sigma_V\left(\dot{W} - \alpha_t\,\Delta t - \dot{P_Q}\right)\alpha_V - \sigma_{CD}\left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right)(1-\alpha_{CD}) + P\dot{n}_D\right)}{1-\alpha_E}$$

$$+ \frac{\alpha_C(\dot{U} + \sigma_V\left(\dot{W} - \alpha_t\,\Delta t - \dot{P_Q}\right)\alpha_V + \sigma_{CD}\left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right)\alpha_{CD}) + \alpha_G\dot{G}}{1-\alpha_E}$$

$$- \sigma_{LE}\left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)\alpha_{LE} \qquad (84)$$

Her afhænger $\dot{L}$ kun af $\dot{U}$ og Δt, samt variabler som allerede kendes (ændringer i priserne og *W*). $\dot{V}$ kan fås nemt ved at multiplicere udtrykket for $\dot{L}$ med $-\alpha_L$. Vi tilføjer så de sidste to ligninger, som er fritidsbeslutningen hhv. husholdningernes balance:

$$\dot{V}/\varphi_V = \dot{U} - \sigma_V\left(\dot{W} - \alpha_t\,\Delta t - \dot{P_Q}\right)(1-\alpha_V) \quad \rightarrow \quad \text{bestemmer } \dot{U} \qquad (85)$$

$$\dot{P_Q} + \dot{Q} = \alpha_{hb}\left(\dot{W} - \alpha_t\,\Delta t + \dot{L}\right) + \frac{\Delta Tr}{P_Q Q} \quad \rightarrow \quad \text{bestemmer } \Delta t \text{ eller } \Delta Tr \qquad (86)$$

Man kan indsætte udtrykkene for $\dot{L}$ og $\dot{V}$ i de to sidste ligninger, hvorved der fås et system af to ligninger med to ubekendte. De to ubekendte er enten $\dot{U}$ og Δt eller $\dot{U}$ og ΔTr, alt efter hvordan den offentlige balance ønskes lukket.[38]

Løsningen af systemet er ikke skrevet ud her, da den er temmelig voluminøs. I stedet vil vi analysere nogle specialtilfælde, jf. appendikset i kapitel 11.

Ovenstående ligninger løser altså for bl.a. $\dot{D}$, $\dot{C}$ og $\dot{V}$, dvs. de tre nyttebærende variabler. Ud fra $\dot{D}$, $\dot{C}$ og $\dot{V}$ kan EV beregnes som følger, ved at pågange udgifterne til de respektive forbrugskomponenter:

$$EV = P_D D \cdot \dot{D} + P_C C \cdot \dot{C} + Wd\,V \cdot \dot{V} \qquad (87)$$

[38] Man kunne også lukke med $\dot{G}$, men denne lukning giver ret store nyttetab ved afgiftsstigninger og er derfor ikke særligt sammenlignelig med de to andre lukninger. Grunden til de store nyttetab er, at $\dot{G}$ trækker reelle produktive ressourcer ud af økonomien, men uden at der knyttes nogen positiv nyttegevinst til $\dot{G}$. En afgiftsstigning finansieret på den måde kommer derfor til at minde om en nettoprisstigning på samme vare.

11 Appendiks: EV i specialtilfældet med konstant arbejdsudbud

I dette appendiks vil vi udregne EV i specialtilfældet med konstant arbejdsudbud og sammenligne det med trekantsformler. Der opereres her med en standard CES-funktion mht. valget mellem varer og fritid.

Vi antager først, at $Tr = \Delta Tr = 0$, således at arbejdsudbuddet er en simpel funktion af reallønnen efter skat, jf. afsnit 5.2. Dernæst sættes $\sigma_V = 1$, hvilket sikrer at *V* (og dermed også *L*) ikke bevæger sig.[39]

Da $\dot{L} = 0$, er følgende givet ud fra faktorefterspørgslen efter *L*:

$$\dot{Y} = \sigma_{LE} \left(\dot{W} - \dot{P_E}\right) \alpha_{LE} \tag{88}$$

Fra tidligere (afsnit 4) har vi denne:

$$\dot{Y} = \frac{\alpha_E \left(\sigma_{LE} \left(\dot{W} - \dot{P_E}\right)(1 - \alpha_{LE}) + \dot{Pn_E}\right) + \alpha_D\left(\dot{D} + \dot{Pn_D}\right) + \alpha_C \dot{C} + \alpha_G \dot{G}}{1 - \alpha_E} \tag{89}$$

Hvis de to ligninger sættes sammen, fås følgende:

$$\sigma_{LE} \left(-\alpha_E + \alpha_{LE}\right) \left(\dot{W} - \dot{P_E}\right) = \alpha_E \dot{Pn_E} + \alpha_D\left(\dot{D} + \dot{Pn_D}\right) + \alpha_C \dot{C} + \alpha_G \dot{G} \tag{90}$$

Desuden gælder der følgende om forholdet mellem *D* og *C*:

$$\dot{D} = \dot{C} - \sigma_{CD} \left(\dot{P_D} - \dot{P_C}\right) \tag{91}$$

[39] Hvis man ønsker eksogent arbejdsudbud med *Tr* eller Δ*Tr* forskellig fra nul, er man nødt til helt at eliminere fritiden i nyttefunktionen. Det kan gøres ved at sætte *V* = 0 (eller lade *V* gå mod nul), uden at ændre i σ_V. Se kapitel 8 om numeriske beregninger.

Denne indsættes i den sammensatte ligning, og $\dot{C}$ isoleres:

$$\dot{C} = \frac{\sigma_{LE}\,(-\alpha_E + \alpha_{LE})(\dot{W} - \dot{P_E}) - \alpha_E\,\dot{Pn_E} - \alpha_D(-\sigma_{CD}\,(\dot{P_D} - \dot{P_C}) + \dot{Pn_D}) - \alpha_G \dot{G}}{\alpha_D + \alpha_C} \tag{92}$$

Med konstant arbejdsudbud beskriver dette altså, hvad der sker med forbrugsvaren *C* (og dermed også hvad der sker med *D*). Da *V* ikke bevæger sig, har *V* ingen betydning for EV-målet, som derfor kan opskrives på følgende måde:[40]

$$\frac{EV}{P_D\,D + P_C\,C} = \alpha_{CD}\,\dot{D} + (1 - \alpha_{CD})\,\dot{C} \tag{93}$$

Nu kan vi så indsætte $\dot{D}$ og $\dot{C}$:

$$EV = \frac{P_D\,D + P_C\,C}{\alpha_D + \alpha_C}\left(\sigma_{LE}\,(-\alpha_E + \alpha_{LE})(\dot{W} - \dot{P_E}) - \alpha_E\,\dot{Pn_E} - \alpha_D(-\sigma_{CD}\dot{P_D} + \dot{Pn_D})\right) - \sigma_{CD}\,P_D\,D\,\dot{P_D} \tag{94}$$

$$EV = \frac{P_D\,D + P_C\,C}{\alpha_D + \alpha_C}\left(-\sigma_{LE}\,\dot{P_E}\,\frac{-\alpha_E + \alpha_{LE}}{1 - \alpha_{LE}} - \alpha_E\,\dot{Pn_E} - \sigma_{CD}\dot{P_D}(\,\alpha_{CD}\,(\alpha_D + \alpha_C) - \alpha_D) - \alpha_D\dot{Pn_D}\right) \tag{95}$$

Vi bruger nu, at $Pn_Y \cdot Y = W \cdot L + P_E \cdot E$, hvorefter vi får:

$$EV = \frac{P_D\,D + P_C\,C}{\alpha_D + \alpha_C}\left(-\sigma_{LE}\,\dot{P_E}\,\frac{P_E\,E - Pn_E\,E}{W\ L} - \alpha_E\,\dot{Pn_E} - \sigma_{CD}\dot{P_D}(\,\alpha_{CD}\,(\alpha_D + \alpha_C) - \alpha_D) - \alpha_D\dot{Pn_D}\right) \tag{96}$$

Dernæst vil vi eliminere de sidste α’er:

[40] For små ændringer er $EV = P_D\,\Delta D + P_C\,\Delta C$, hvilket ligningen svarer til (man kan udnytte, at $P_D\,D\,\dot{D} + P_C\,C\,\dot{C} = P_D\,\Delta D + P_C\,\Delta C$).

$$EV = \frac{P_D\, D\ +\ P_C\, C}{Pn_D\, D + Pn_C\, C}\ Pn_Y\, Y \left(-\sigma_{LE}\, \dot{P_E}\ \frac{(P_E\ - Pn_E)E}{W\ \ L}\quad - \frac{Pn_E\, E}{Pn_Y\, Y}\, \dot{Pn_E} \right.$$
$$\left. -\ \sigma_{CD}\dot{P_D} \left(\frac{P_D D}{P_D D + P_C C}\ \frac{Pn_D\, D + Pn_C\, C}{Pn_Y\, Y} - \frac{Pn_D\, D}{Pn_Y\, Y} \right)\ -\ \frac{Pn_D\, D}{Pn_Y\, Y} \dot{Pn_D} \right)$$

(97)

Vi definerer denne hjælpevariabel for det samlede afgiftstryk (uden moms):

$$1 + \alpha_{tCD}\ \ =\ \ \frac{(Pn_D + t_D)\, D\ +\ (Pn_C + t_C)\, C}{Pn_D\, D + Pn_C\, C}$$

(98)

Nu kan EV så formuleres som:

$$EV =\ \ (1 + \alpha_{tCD})\, (1 + t_{VAT})$$
$$\cdot \left(-\sigma_{LE}\, \dot{P_E}\, E(P_E\ - Pn_E)\ \ \frac{Pn_Y\, Y}{W\ \ L}\ - \dot{Pn_E}\, Pn_E\, E\quad - \sigma_{CD}\dot{P_D} D \left(\frac{P_D}{(1 + \alpha_t)\, (1 + t_{VAT})}\ \ -\ \ Pn_D \right) \right.$$
$$\left. -\ \dot{Pn_D}\, Pn_D\, D \right)$$

(99)

Endelig eliminerer vi σ_{LE} og σ_{CD} ud fra $-\sigma_{LE}\ \dot{P_E} =\ \dot{E} - \ \dot{Y}$ og $\sigma_{CD}\ \dot{P_D} = (\dot{D} - \ \dot{Q})/(1 - \alpha_{DC})$, hvilket giver:

$$EV =\ \ (1 + \alpha_{tCD})\, (1 + t_{VAT})$$
$$\cdot \left(\left(\dot{E} - \ \dot{Y}\right) E\, (P_E\ \ - Pn_E)\ \ \frac{Pn_Y\, Y}{W\ \ L}\ - \dot{Pn_E}\, Pn_E\, E\quad + \frac{\dot{D} - \ \dot{Q}}{1 - \alpha_{DC}}\, D \left(\frac{P_D}{(1 + \alpha_{tCD})\, (1 + t_{VAT})}\ \ -\ \ Pn_D \right) \right.$$
$$\left. -\ \dot{Pn_D}\, Pn_D\, D \right)$$

(100)

Ovenstående sammenhæng gælder eksakt (dvs. at den givet $\sigma_V = 1$ beskriver EV lige så eksakt, som hvis man havde brugt hele modellen i kapitel 4).[41] Hvis *D* og *E* er små budgetmæssigt, vil $\dot{E}$ overdøve $\dot{Y}$, og $\dot{D}$ vil overdøve $\dot{Q}$, og hvis α_{CD} ydermere er tæt på nul (det følger af, at *D* er lille), gælder der, at $\left(\dot{E} - \ \dot{Y}\right) E\ \ \approx\ \Delta E$, og $(\dot{D} - \ \dot{Q})/(1 - \alpha_{DC})\, D \approx\ \Delta D$. Da $\dot{Pn_E}\, Pn_E =\ \Delta Pn_E$ og $\dot{Pn_D}\, Pn_D =\ \Delta Pn_D$, kan vi nu skrive:

$$EV \approx\ \ (1 + \alpha_{tCD})\, (1 + t_{VAT})$$
$$\cdot \left(\Delta E\ \ (P_E\ \ - Pn_E)\ \ - \Delta Pn_E\, E\quad + \Delta D \left(\frac{P_D}{(1 + \alpha_{tDC})\, (1 + t_{VAT})}\ \ -\ \ Pn_D \right)\ \ -\ \Delta Pn_D\, D \right)$$

[41] Sammenhængen er også dobbelttjekket ud fra numeriske analyser.

(101)

I denne formel vil vi kalde led med ΔE og ΔD for afgiftsforvridningen, og led med ΔPn_E og ΔPn_D for nettopris-effekten. Man kan måske undre sig over, hvor afgiftsændringerne Δt_E og Δt_D er blevet af i denne formel, men de er inkorporeret i størrelserne ΔE og ΔD, som brugeren selv må fastsætte ud fra ændringer i markedspriserne og en antagelse om prissubstitutionen.

Afgiftsforvridningen vedr. *D* kan transformeres til følgende, givet at *D* er lille relativt til *C*:

$$\Delta D \left(\frac{P_D}{(1+\alpha_{tCD})\,(1+t_{VAT})} - Pn_D \right) = \Delta D \cdot Pn_D \cdot \frac{\frac{t_D}{Pn_D} - \frac{t_C}{Pn_C}}{1 + \frac{t_C}{Pn_C}}$$

(102)

For simpelheds skyld og uden tab af generalitet kunne man sætte $Pn_D = Pn_C = 1$, og så ville man ende op med denne sammenhæng for brøken:

$$\Delta D \cdot \frac{t_D - t_C}{1 + t_C}$$

Her er det tydeligt, at det er *forskellen* i mængdeafgiftsbelastning på *D* og *C*, som er bestemmende for, hvor stort forvridningstabet er ved yderligere afgifter.

12 Appendiks: Skatteforvridning med kun én vare

I det følgende analyseres af forståelsesmæssige grunde en forsimpling af modellen, hvor der kun er én forbrugsvare, og hvor der ikke bruges vareinput i produktionen. I fravær af lump-sum-transfereringer vises det, at pålægning af afgifter (eller moms for den sags skyld) på forbrugsvaren ikke har nogen påvirkning af arbejdsudbuddet, hvis provenuet tilbageføres via indkomstskattesatsen. Dette skyldes, at markedsprisen på forbrugsvaren og lønnen efter skat ender med at stige lige meget procentuelt, og dette gælder uanset størrelsen af arbejdsudbudselasticiteten. I den forstand kan lukning med indkomstskattesatsen siges at være neutral mht. arbejdsudbuddet.

I sidste halvdel af dette appendiks foretages nogle numeriske analyser, både med CES-nytte mellem forbrug og fritid (svarende til $\varphi_V = 1$), og med en alternativ funktionsform, hvor forbruget og fritiden er givet ud fra en additivt separabel nyttefunktion (DREAM-varianten, svarende til $\varphi_V = 0$).

Man kan forestille sig en økonomi, hvor nytten kun fremkommer via én forbrugsvare (*Q*) og fritid (*V*), og hvor produktionen *Y* udelukkende fremkommer via arbejdskraften (*L*), dvs. at der ikke er noget energiinput. Derved er den materielle balance givet som $Pn_Y\, Y = Pn_Q\, Q + \, Pn_G\, G$, dvs. at produktionen går til forbrugsvarer og offentlige varer/tjenester. Vi definerer nu hjælpevariablen $\alpha_Q = \, Pn_Q Q/(Pn_Y Y)$, men derudover er variabel- og koefficientnavnene som i kapitel 4. Det antages her, at $\dot{G} = 0$, dvs. at det offentlige forbrug ikke ændrer sig. Derudover antages det, at der er indkomstskattefinansiering, dvs. at $\Delta Tr = Tr = 0$, hvor den sidste indebærer, at $\alpha_{hb} = 1$ (jf. husholdningernes budgetbetingelse i kapitel 4).

Vi får så følgende simplificerede sekslignigers-system:

$$\dot{L} = \dot{Y} \tag{103}$$

$$\dot{V}/\varphi_V = \dot{U} - \sigma_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right) \, (1 - \alpha_V) \tag{104}$$

$$\dot{Q} = \dot{U} + \, \sigma_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right) \, \alpha_V \tag{105}$$

$$\dot{Y} = \, \alpha_Q \left(\dot{Q} + \dot{Pn_Q}\right) \tag{106}$$

$$\dot{V} = -\alpha_L \cdot \dot{L} \tag{107}$$

$$\dot{P_Q} + \dot{Q} = \dot{Wd} + \dot{L} \tag{108}$$

Modellen indeholder også ligninger, som beskriver løn og pris, men som vi vil se efterfølgende, forsvinder disse ligninger ud af den simultane del af modellen.

$$\dot{P_Q} = \frac{Pn_Q(1 + t_{VAT})}{P_Q} \dot{Pn_Q} + \frac{1 + t_{VAT}}{P_Q} \Delta t_Q \tag{109}$$

$$\dot{Wd} = -\alpha_t \, \Delta t \tag{110}$$

Den sidste ligning ovenfor følger af, at lønnen ikke bevæger sig ($\dot{W} = 0$) i denne forsimplede model uden energiinput.[42] Når den forsimplede seksligningers-model skal løses, kan vi starte med at sætte ligningerne for $\dot{V}$ og $\dot{Q}$ sammen til følgende standard CES-sammenhæng, hvorved $\dot{U}$ elimineres:

$$\dot{V}/\varphi_V - \dot{Q} = -\sigma_V\left(\dot{W}d - \dot{P_Q}\right) \tag{111}$$

Derudover kan husholdningernes budgetbetingelse (den sidste ligning i de seks ligninger) omskrives til følgende (givet at der ikke bruges transfereringer):

$$\dot{W}d - \dot{P_Q} = \frac{\dot{V}}{\alpha_L} + \dot{Q} \tag{112}$$

Her er udnyttet, at $\dot{L} = -\dot{V}/\alpha_L$. Disse to ligninger kan nu sættes ind i hinanden, hvorved $\dot{W}d - \dot{P_Q}$ helt udgår af problemstillingen:

$$\dot{V}/\varphi_V - \dot{Q} = -\sigma_V\left(\frac{\dot{V}}{\alpha_L} + \dot{Q}\right) \tag{113}$$

Denne elimination af reallønnen efter skat betyder, at reallønnen efter skat (inkl. afgift og indkomstskattesats) ikke kommer til at optræde i løsningen af modellen (da den ikke indgår i andre ligninger). Dette er den ene side af sammenhængen mellem $\dot{V}$ og $\dot{Q}$, nemlig via husholdningernes budget kombineret med substitutionen mellem varer og fritid.

Den anden side af sammenhængen mellem $\dot{V}$ og $\dot{Q}$ er den materielle balance, nemlig at der kan produceres mindre, jo mere fritid der forbruges. Der udnyttes her, at $\dot{Y} = \dot{L} = -\dot{V}/\alpha_L$. Derved kan den materielle balance skrives som:

$$-\dot{V} = \alpha_L\alpha_Q\left(\dot{Q} + \dot{Pn_Q}\right) \tag{114}$$

Hvis disse to ligninger løses for $\dot{V}$ og $\dot{Q}$, fås følgende (her for enkelheds skyld udledt under forudsætning om, at $\varphi_V = 1$):

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{\sigma_V - 1}{\alpha_L\alpha_Q + \sigma_V\alpha_Q} - 1}\ \dot{Pn_Q}$$

$$\dot{V} = -\alpha_L\alpha_Q\left(\frac{1}{\frac{\sigma_V - 1}{\alpha_L\alpha_Q + \sigma_V\alpha_Q} - 1} + 1\right)\ \dot{Pn_Q} \tag{115}$$

[42] I den fulde model får en stigning i prisen på energiinput lønniveauet til at falde, for at produktionsvarerne kan afsættes på verdensmarkedet.

Som det fremgår, er det kun $\dot{Pn}_Q$ som påvirker arbejdsudbuddet, mens der ikke er nogen virkning fra forskellen mellem prisen $\dot{P}_Q$ og $\dot{Pn}_Q$, f.eks. i form af afgiften Δt_Q. Dette skal dog ikke forstås som, at der i eksperimenter hvor afgiften Δt_Q ændres ikke sker noget med Δt. Det gør der, men det påvirker ikke vare- og fritidsforbrug (jf. senere).

Hvis $\sigma_V = 1$, kan man (stadig under forudsætning om, at $\varphi_V = 1$) overbevise sig selv om, at $\dot{Q} = -1 \cdot \dot{Pn}_Q$ og $\dot{V} = 0 \cdot \dot{Pn}_Q$, dvs. at arbejdsudbuddet ikke påvirkes af en stigning i nettoprisen på *Q*, mens det er vareforbruget som tager hele tilpasningen.

Hvad sker der så med løn og pris i denne model? I tilfældet med en afgiftsstigning Δt_Q ved vi, at $\dot{Q} = \dot{V} = 0$, og i fravær af transfereringer har vi jo husholdningernes budgetbetingelse, $\dot{P}_Q + \dot{Q} = \dot{Wd} + \dot{L}$. Den reducerer så til $\dot{P}_Q + 0 = \dot{Wd} + 0$, dvs. $\dot{Wd} = \dot{P}_Q$, altså at efter-skat løn og pris følger hinanden. Vi ved tillige, at $\dot{P}_Q = \frac{1+t_{VAT}}{P_Q} \Delta t_Q$, og at $\dot{Wd} = -\alpha_t \Delta t$, så det betyder i tilfældet med afgiftsstigning, at $-\alpha_t \Delta t = \frac{1+t_{VAT}}{P_Q} \Delta t_Q$, eller:

$$\Delta t = -(1-t)\frac{1+t_{VAT}}{P_Q}\Delta t_Q = -\frac{1-t}{Pn_Q + t_Q}\Delta t_Q \tag{116}$$

Her udnyttes definitionen $\alpha_t = 1/(1-t)$. Som nævnt ovenfor, giver en afgiftsstigning med indkomstskattetilbageførsel $\dot{Wd} = \dot{P}_Q$, dvs. uændret realløn efter skat.[43]

Så for at konkludere vil der med kun én forbrugsvare og ingen lump-sum-transfereringer ikke ske noget med forbrug af varer og fritid, når der lægges afgift på forbrugsvaren. I så fald stiger både vareprisen og lønnen efter skat lige meget procentuelt, således at reallønnen efter skat er uforandret. Dette sker uanset størrelsen af σ_V, dvs. arbejdsudbudselasticiteten.

Hvis der sker en stigning i nettoprisen på forbrugsvaren sker der derimod en påvirkning af både vare- og fritidsforbrug (med mindre $\sigma_V = 1$, i hvilket tilfælde fritidsforbrug/arbejdsudbud er konstant).

Numeriske analyser

Det kan være interessant at se, hvad der sker hvis der bruges lump-sum-transfereringer i stedet for indkomstskattesatsen som lukningsmekanisme. Yderligere ses der på, hvordan modelegenskaberne ændres, hvis der i stedet bruges en funktionsform for arbejdsudbuddet svarende til DREAM. Denne funktionsform er additivt separabel (AS, svarende til $\varphi_V = 0$) og er gennemgået i appendikset i kapitel 13.

Eksperimenterne foretages, så den resulterende påvirkning af vareprisen er 1%. Det antages, at momssatsen er 25%, og at der i udgangspunktet er pålagt en afgift på forbrugsvaren *Q* svarende til 20%

[43] Jf. også afsnit 4.3 vedr. opgørelse af afgifts- og skattekile. Den viste effekt fra afgift på indkomstskattesats gør netop, at kilen i afsnit 4.3 ikke ændrer sig.

(nettoprisen sættes til 1, og afgiften til 0.20). Fritidsandelen *V* sættes til 0.5 i udgangspunktet, og *Q* sættes til 0.3. Derved bliver *G* = 0.60 og *Y* = 0.9, jf. kapitel 3.

Effekt på fritid og vareforbrug (%)

		V	Q
Afgift, marg.skat	CES	0.00	0.00
	AS	0.00	0.00
Afgift, lump-sum	CES	0.30	-0.89
	AS	0.10	-0.30
Nettopris, marg.skat	CES	0.15	-1.63
	AS	0.15	-1.63
Nettopris, lump-sum	CES	0.00	-1.19
	AS	0.10	-1.48

I den øverste linje ses det, at hvis der pålægges en afgift på *Q*, som tilbageføres vha. indkomstskattesatsen, bliver der ikke nogen påvirkning af hverken *V* eller *Q*, hverken med CES-funktionsform eller additivt separabel funktionsform (AS). Hvis afgiften derimod tilbageføres lump-sum, bliver der en påvirkning af fritidsforbruget på 0.30% i CES-tilfældet (dvs. et tilsvarende fald i arbejdsudbuddet). Denne effekt er en faktor tre mindre med AS, men den er der stadigvæk (*V* stiger her med 0.10%).

Hvis nettoprisen på *Q* stiger, bliver der også en indkomsteffekt udover substitutionseffekten. Der fås samme effekt med CES og AS, nemlig at fritidsforbruget stiger med 0.15% (altså at arbejdsudbuddet falder), mens vareforbruget falder med 1.63%. Påvirkningen af det offentlige budget er ikke så voldsom i dette eksperiment, men hvis der i stedet tilbageføres lump-sum, bliver effekterne på fritidsforbruget mindre. I CES-tilfældet fås faktisk et rundt nul (dette er en tilfældighed forårsaget af de konkrete parametre), mens effekten falder fra 0.15 til 0.10 i AS-tilfældet.

For at konkludere ser det ud til, at AS-funktionsform afhjælper noget af ”problemet” med, at lump-sum-tilbageførsel af afgifter giver en stor positiv påvirkning på fritidsforbruget (dvs. et stort fald i arbejdsudbuddet), men ”problemet” er der stadigvæk.

13 Appendiks: Additivt separabel nyttefunktion (DREAM)

DREAMs fritidsbeslutning er lidt speciel, fordi der postuleres en additivt separabel (AS) disnytte af at arbejde.

$$U = k_2\left(Q - \; k_1\frac{\varepsilon_{LL}}{1+\varepsilon_{LL}}\; L^{\frac{1+\varepsilon_{LL}}{\varepsilon_{LL}}}\right) \tag{117}$$

Der er i DREAM flere grunde til denne specifikation, hvoraf én af dem nok er, at funktionsformen simpelthen er nemmere at ræsonnere i, også når der skal løses mht. intertemporal adfærd. Vi kan skrive den om til følgende:[44]

$$U = k_2\left(Q - \; k_1\frac{\varepsilon_{LL}}{1+\varepsilon_{LL}}\;(1-V)^{\frac{1+\varepsilon_{LL}}{\varepsilon_{LL}}}\right) \tag{118}$$

Dette giver sig udslag i følgende kompenserede efterspørgsler, dvs. de efterspørgsler, som givet P_Q og Wd minimerer udgifterne til Q og V for givet *U*:

$$Q \;=\; \frac{U}{k_2} \;+\; k_1\frac{\varepsilon_{LL}}{1+\varepsilon_{LL}}\left(\frac{Wd}{k_1 \cdot P_Q}\right)^{1+\varepsilon_{LL}} \tag{119}$$

$$V \;=\; 1 \;-\; \left(\frac{Wd}{k_1 \cdot P_Q}\right)^{\varepsilon_{LL}} \tag{120}$$

Af den sidste følger, at

$$L \;=\; \left(\frac{Wd}{k_1 \cdot P_Q}\right)^{\varepsilon_{LL}} \tag{121}$$

Her er ε_{LL} arbejdsudbudselasticiteten og k_1 en skaleringskonstant. Det ses tydeligt, at *V* og *L* er uafhængige af nytteniveauet, hvor der i en almindelig CES-udgave vil gælde, at en 1% stigning i *U* giver sig udslag i en 1% stigning i både *V* og *Q*.[45]

---

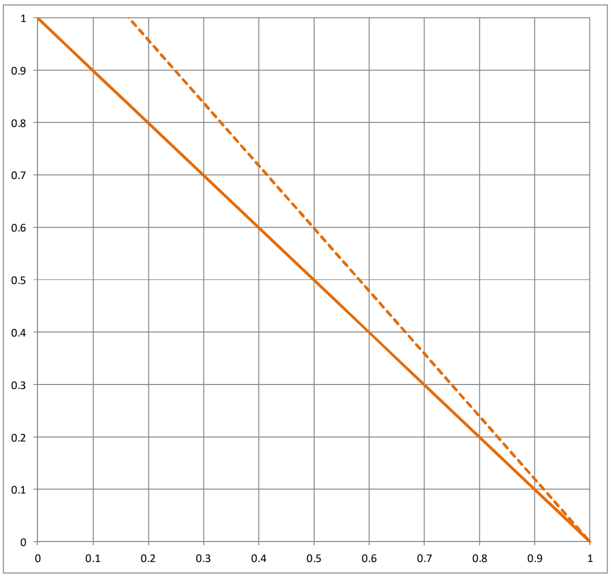
[44] Konstanten k_2 er ikke med i DREAMs formulering, men gør det mulig at sætte størrelsen af *U* til det niveau, som man ønsker. Udover dette bekvemmelighedshensyn, har k_2 ingen betydning.

[45] Hvis den additivt separable funktionsform skal emuleres af modellen i dette notat, skal man vælge sin arbejdsudbudselasticitet ε_{LL} og finde parameteren α_L (den er dybest set bare afhængig af, hvilken størrelse man har

Det fremgår af ligningen, at når reallønnen efter skat stiger 1%, vil arbejdsudbuddet stige med ε_{LL}%, hvor ε_{LL} f.eks. kan være 0.1. Dette er den kompenserede arbejdsudbudselasticitet, men den ukompenserede arbejdsudbudselasticitet er den samme, da både *V* og *L* er ufølsomme over for ændringer i nytten eller indkomsten.

Man kan illustrere CES versus AS-formuleringen som følger. Lad os med to varer antage, at fritiden vises ud af førsteaksen, mens almindeligt forbrug vises ud af andenaksen (de to variabler summer til 1 og antages begge at være 0.5 i startsituationen). Vi antager, at indkomstskatten er nul, og når lønnen stiger, svarer det til følgende bevægelse i budgetlinjen (fra fuldt optrukket til stiplet, jf. også figurerne i afsnit 5.2):

Figur 18. Bevægelse i budgetlinje ved lønstigninger

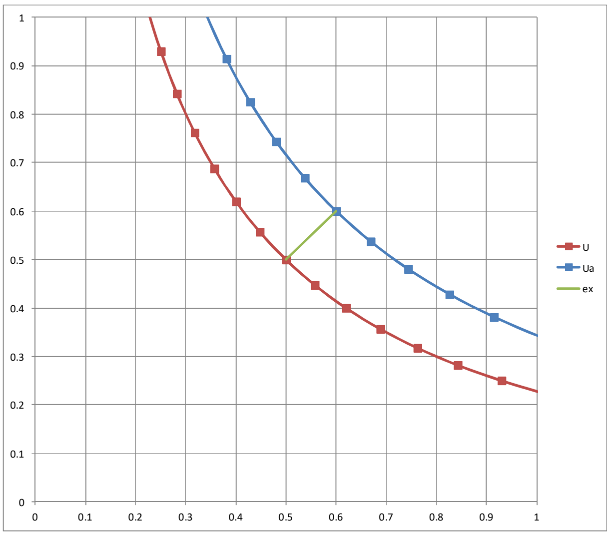


---

kalibreret fritiden V til i udgangspunktet). Dernæst kan man så sætte φ_V til et passende lavt tal, f.eks. 0.001, hvorefter man udregner substitutionselasticiteten vha. formlen $\sigma_V = (\alpha_L/\varphi_V + 1)\,\varepsilon_{LL} + 1$. Jf. også afsnit 5.2.

I en almindelig homotetisk CES kan indifferenskurverne illustreres som følger

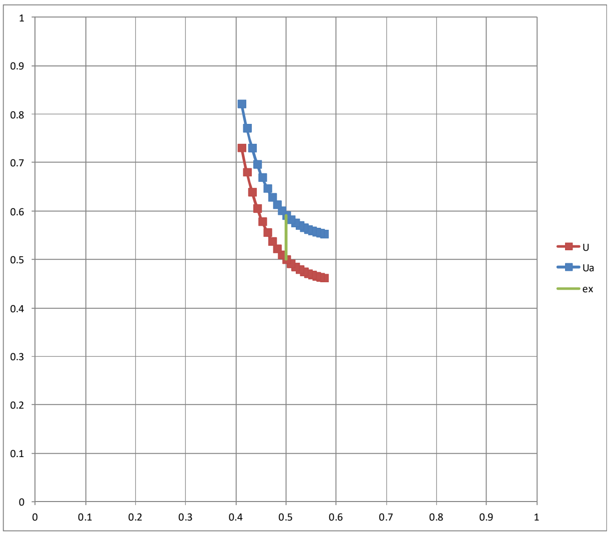
Figur 19. Indifferenskurver med CES



Hvis vi starter i punktet (0.5, 0.5) vil en stigning i budgettet til de to varer bevæge os i retning af punktet (0.6, 0.6), som vist med den grønne linje ('ekspansionsvej'). I figuren er parametrene kalibreret på en måde, så der vil gælde, at en lønstigning på 1%, hvor budgetlinjen bevæger sig som vist tidligere, vil give et fald i fritidsforbruget på præcis 0.1% (dvs. en stigning i arbejdsudbuddet på 0.1%, da disse antages at have samme størrelse i udgangspunktet).

I det følgende vises tilsvarende indifferenskurver svarende til AS-specifikationen af valget mellem fritid og almindeligt forbrug.

Figur 20. Indifferenskurver mellem fritid og forbrug i DREAM (AS)

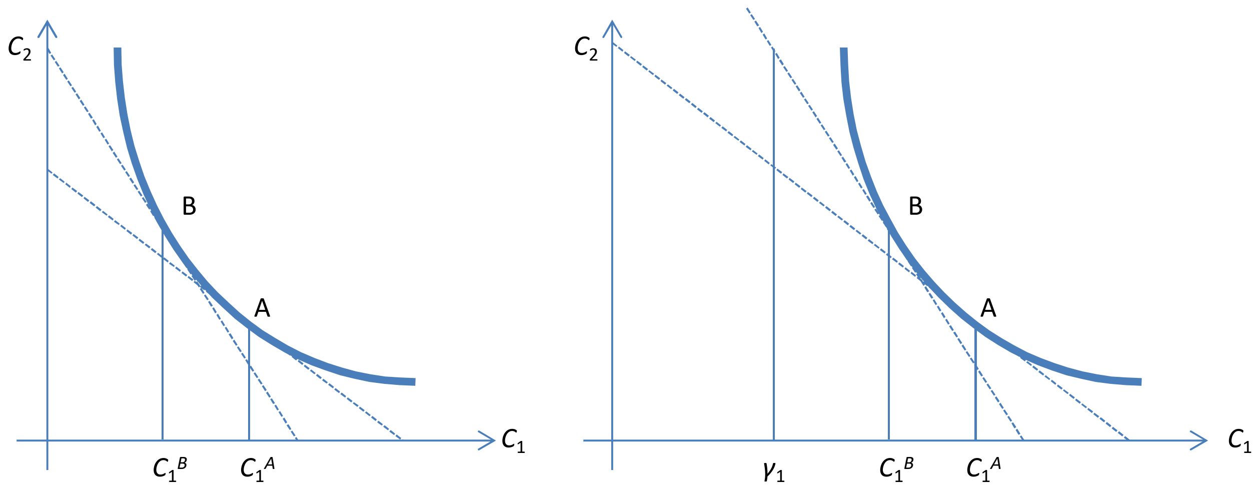


Igen vil der her være et fald i fritidsforbruget på 0.1%, hvis reallønnen stiger med 1%, men den grønne ekspansionsvej er her helt lodret, fordi de to kurver er lodrette parallelforskydninger. Så udefrakommende indkomststigninger (som ikke afspejler sig i reallønnen efter skat) vil her slet ikke påvirke fritidsforbruget overhovedet. Disse to figurer indebærer altså en arbejdsudbudselasticitet på 0.1, selv om indifferenskurverne i sig selv er meget forskellige.

14 Appendiks: Generalisering med Stone-Geary-nyttefunktion

Introduktion af minimumsforbrug går i det generelle tilfælde ud på at erstatte nyttefunktionen $U = \mathrm{U}(C_1, C_2, \dots, C_n)$ med en ny nyttefunktion $U = \mathrm{U}(C_1 - \gamma_1, C_2 - \gamma_2, \dots, C_n - \gamma_n)$. I nærværende notat bliver minimumsforbruget brugt mht. fritiden, V, og et minimumsforbrug for fritiden svarer så begrebsligt til, at en del af fritidsforbruget slet ikke giver nytte (men er et nødvendighedsforbrug). Det er kun positive afvigelser fra dette minimumsforbrug, som udløser nytte. Det svarer til en origo-forskydning af koordinatsystemet, som det fremgår af figuren nedenfor:

Figur 21. Nyttefunktion: origoforskydning af vare 1

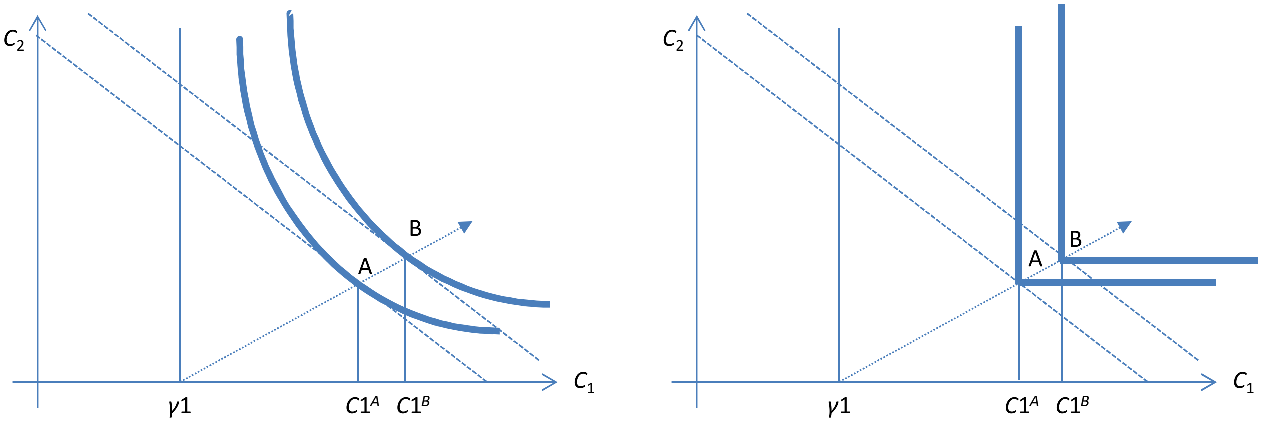


Man kan betragte den ovenstående figur (venstre del). I den venstre del af figuren ser man punktet A, med forbruget C_1^A. Man kan så forestille sig en prisstigning på vare 1 på f.eks. på 1% (med samme nytteniveau), hvilket resulterer i punktet B, med forbruget C_1^B. Hældningen på de linjer som går gennem punkterne afspejler de relative priser, hvor vi altså antager, at prisen på $C1$ er steget med 1% (der er her tale om kompenserede efterspørgsler).

Hvis man betragter den højre del af figuren, er der sket en origo-forskydning (parallelforskydning) af indifferenskurven mod højre, fordi $C1$ nu har et minimumsforbrug $\gamma 1$. Man kan igen betragte punktet A, hvor der her er de samme relative priser (dvs. at hældningen på linjen gennem A er den samme som i den venstre figur). Punktet A er således parallelforskudt $\gamma 1$ enheder mod højre. Hvis man i den situation igen hæver prisen på $C1$ med eksempelvis 1%, vil man få den samme hældning på den nye linje som den linje, der gik igennem punktet B i den venstre figur. Derved bliver punktet B også det "samme", dvs. også parallelforskudt $\gamma 1$ enheder mod højre i forhold til den venstre figur. Så differencen mellem $C1$ i situation A og B er den samme i de to figurer.

Alt i alt får man altså samme absolutte bevægelser i forbrugene i de to figurer, mens de *relative* ændringer naturligvis ikke er ens. Den relative ændring i den højre figur er naturligvis en hel del mindre, pga. 'dødvægten' fra $\gamma 1$. For given substitutionselasticitet (krumning) i den viste indifferenskurve, vil den relative påvirkning (elasticiteten) af $C1$ mht. prisændringer blive mindre og mindre, jo større $\gamma 1$ bliver. Så disse γ'er påvirker altså de faktiske priselasticiteter for givne CES-substitutionsparametre, og udover dette påvirker de naturligvis indkomstelasticiteterne. Hvis indkomsten hæves med 1% i A i den venstre del af figuren, vil det nye punkt ligge langs en stråle gennem origo, og både $C1$ og $C2$ vil blive 1% større. I den højre del af figuren, vil det være $C1 - \gamma 1$, som stiger 1%, hvilket vil sige, at C1 selv stiger med mindre end 1% (givet at $\gamma 1$ > 0). Man kan også se det ved, at 'strålen' som $C1$ og $C2$ bevæger sig efter ved indkomststigninger går gennem ($\gamma 1$, 0) og ikke (0, 0), hvorved $C1$ ikke blive proportional med indkomsten.

Figur 22. Indkomsteffekter med Stone-Geary

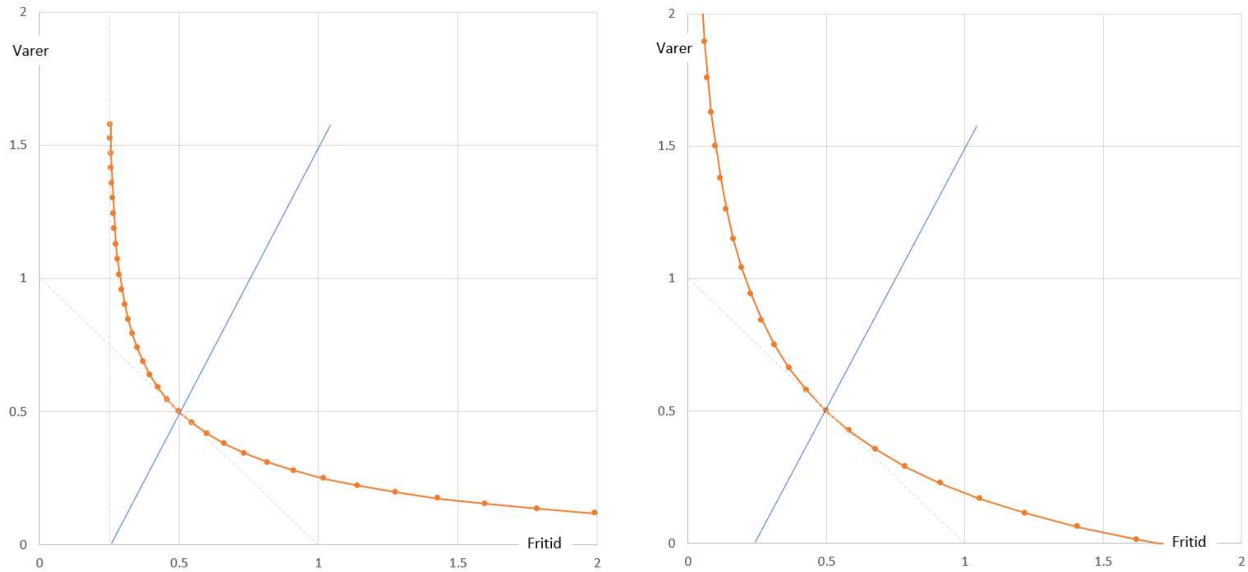


Med en Stone-Geary-formulering er indkomsteffekterne uafhængige af substitutionselasticiteterne. Uafhængigheden kan illustreres som i den ovenstående figur, hvor der er et minimumsforbrug $\gamma 1$ i $C1$. Hvis der er substitution mellem $C1$ og $C2$ svarer det til den venstre del af figuren, hvor indkomststigningen på 1% giver en bevægelse fra A til B (hvor $C1$ stiger med mindre end 1%, og $C2$ med mere end 1%). Hvis der ikke er substitution mellem $C1$ og $C2$ fås den højre figur, hvor indkomsteffekterne er nøjagtigt de samme. Da indkomststigningen ikke påvirker de relative priser, og da CES-funktionen i sig selv er homotetisk, vil bevægelsen i begge tilfælde ske ad den samme 'stråle' fra ($\gamma 1$, 0) gennem A og videre gennem B.

I figurerne ovenfor, er C_1 et nødvendighedsgode (med indkomstelasticitet < 1) og med kun to varer bliver spejlbilledet af det, at C_2 så nødvendigvis bliver et luksusgode (med indkomstelasticitet > 1). Hvis der også var minimumsforbrug for C_2, ville dette trække i den modsatte retning, og hvis begge minimumsforbrug havde samme størrelse (relativt til niveauet for C_1 hhv. C_2), ville de helt ophæve hinanden i en nyttefunktion. Et andet aspekt af dette er, at hvis man ønsker at C_1 er et nødvendighedsgode, mens C_2 er et luksusgode, kan dette alternativt opnås ved at sætte $\gamma_2 < 0$, i stedet for at sætte $\gamma_1 > 0$. For små ændringer er der ingen forskel på de to måder at gøre det på, men det er dog mere robust at sætte $\gamma_1 > 0$ fremfor $\gamma_2 < 0$, da man med $\gamma_2 < 0$ kan risikere negative efterspørgsler efter C_2, hvis de relative priser ændres tilstrækkeligt meget, jf. den følgende figur (som konkret er valget mellem varer og fritid):

Figur 23. Indkomsteffekter med Stone-Geary, to varianter af (næsten) det samme

γ_1 = 0.25, σ = 1.3 γ_2 = -0.5, σ = 1.167



I den venstre figur er minimumsforbruget 0.25 for C_1 (her 'fritid'), dvs. at origo for indifferenskurverne ligger i punktet (0.25, 0), og den blå linje viser hvad der sker med forbruget for givne relative priser, når nytten stiger. Som det ses, har indifferenskurven en lodret asymptote for C_1 = 0.25. I den højre figur er minimusforbruget -0.5 for C_2 (her 'varer'), dvs. at origo for indifferenskurverne ligger i punktet (0, -0.5) og dermed har indifferenskurven en vandret asymptote for C_2 = -0.5. Dette udmønter sig bl.a. i, at indifferenskurven krydser 1.-aksen når den relative pris vrides tilstrækkeligt meget. I det tilfælde har funktionen altså et begrænset konsistensområde. Men den blå kurve er den samme, dvs. at der sker det samme (for givne relative priser), når nytten stiger, og man skal egl. forestille sig, at den blå kurve i den højre figur starter i punktet (0, -0.5). Substitutionselasticiteten i de to figurer er sat, så arbejdsudbudselasticiteten er den samme begge steder.

For given nytte, vil de kompenserede efterspørgsler med Stone-Geary skulle tillægges leddet $\ldots + \gamma_i$ (kun sin egen γ_i) i forhold til udgaven uden Stone-Geary. Der vil i øvrigt gælde, at omkostningsfunktionen skal udvides ved at addere leddet $\ldots + \sum_i \gamma_i P_i$.

14.1 Stone-Geary i det i det lineariserede system

En given omkostningsfunktionen kan generelt udvides ved at addere leddet $... + \sum_i \gamma_i P_i$, dvs. minimumsforbruget gange markedsprisen. Når omkostningsfunkionen differentieres mht. priserne for at finde den kompenserede efterspørgsel (Shepard's Lemma), vil leddet $... + \gamma_i$ altså skulle lægges til disse efterspørgsler.

Det er nemt at overbevise sig om, at med Stone-Geary vil disse γ_i-paramtre fungere som dødvægte, dvs. dæmpe bevægelsen i C_i. Når nytte eller priser ændrer sig, vil ikke-minimumsforbruget bevæge sig normalt, og ved en given nytte- eller prisændring vil de absolutte ændringer være de samme i et system uden og med Stone-Geary. Hvis α er en elasticitet i systemet uden Stone-Geary (dvs. $\gamma_i = 0$), fås pga. denne dødvægt, at bevægelsen i det samlede forbrug i Stone-Geary-tilfældet bliver:

$$\dot{C} = \alpha(1 - \gamma_i/C_i)$$

Her kan γ_i/C_i forstås som den relative gamma, og hvis den er tæt på én, bevæger C_i sig slet ikke, svarende til at stort set alt forbruget er minimumsforbrug. Hvis $\gamma_i/C_i = 0$, fås den almindelige effekt ($\dot{C} = \alpha$), og hvis γ_i/C_i er negativ, fås større effekter end uden minimumsforbrug.

Hvis nytten stiger 1%, vil C_i med en almindelig nyttefunktion også stige med 1%, dvs. $\alpha = 1$. Så udtrykket $1 - \gamma_i/C_i$ beskriver afvigelsen fra den almindelige indkomsteffekt på 1, og vi vil i det følgende kalde dette udtryk for φ_i, altså:

$$\varphi_i = 1 - \gamma_i/C_i$$

Parameteren φ_i kan man fortolke som varens indkomstelasticitet. Eller samme sammenhæng, blot den anden vej:

$$\gamma_i = (1 - \varphi_i)\, C_i$$

Man kan tænke på γ_i som systemets indkomsteffekter, så for nødvendighedsgoder vil man forvente, at $\varphi_i < 1$, for normale goder er $\varphi_i = 1$, og for luksusgoder er $\varphi_i > 1$.

Generelt gælder der mht. Stone-Geary og lineariseringer, at i et almindeligt lineariseret ligningssystem uden Stone-Geary, kan man blot dividere alle $\dot{C}$ med φ_i, hvorefter det lineariserede system er blevet udvidet med Stone-Geary-minimumsforbrug. Der skal dog også foretages en yderligere korrektion i budgetandelene, hvor eksempelvis en budgetandel som denne:

$$s_1 = \frac{P_1 \cdot C_1}{P_1 \cdot C_1 + P_2 \cdot C_2}$$

skal ændres til følgende, hvis der er minimumsforbrug i den første vare.

$$s_1 = \frac{P_1 \cdot \varphi_1 C_1}{P_1 \cdot \varphi_1 C_1 + P_2 \cdot C_2}$$

Altså, i budgetandelene skal forbrugene ganges med deres respektive φ'er.[46]

En særskilt indkomstelasticitet i fritidsforbruget (som evt. kan sættes til 0, som i DREAM) har bl.a. betydning mht. lump-sum-overførsler til husholdningerne. Hvis man alt andet lige giver husholdningerne en lump-sum-transferering, vil husholdningerne (givet uforandret realløn efter skat) med en almindelig CES-funktion ønske at bruge denne indkomstfremgang i lige høj grad (procentuelt) på varer og fritid. Eller sagt på en anden måde: transfereringen vil umiddelbart blive brugt på større vareforbrug, kombineret med at arbejde mindre. I en model som DREAM vil en sådan transferering kun gå til vareforbrug, mens der arbejdes samme antal timer. Sandheden ligger måske et sted imellem de to ekstremer, hvor transfereringen i højere grad bruges på varer end på fritid, men hvor der stadig er en stigning i fritidsforbruget. Dette ville passe med at opfatte fritid som et nødvendighedsgode, relativt til vareforbrug.[47]

I en almindelig CES-funktion, er der følgende nytte af varer og fritid:

$$U = \mathrm{CES}(Q, V) \tag{122}$$

Her vil en 1% stigning i både *Q* og *V* give en 1% stigning i *U*, og omvendt vil en 1% stigning i *U* give en 1% stigning i efterspørgslen efter både *Q* og *V* (for given realløn efter skat). Med en alternativ Stone-Geary-formulering fås følgende:

$$U = \mathrm{CES}(Q, V - \gamma_V) \tag{123}$$

hvor γ_V er Stone-Geary-minimumsforbruget. I stedet for γ_V vil vi i lineariseringerne omparametrisere til den ækvivalente parameter φ_V:

$$\varphi_V = 1 - \gamma_V / V \tag{124}$$

Selve funktionsformen CES() er stadigvæk homotetisk (og rent faktisk af rent praktiske grunde også homogen af 1. grad i de to argumenter), så for given realløn efter skat indebærer det, at hvis U stiger med 1%, vil Q og $(V - \gamma_V)$ stige med 1%. At $(V - \gamma_V)$ stiger med 1% svarer til, at V stiger med φ_V%.

Som vist i afsnit 4.1 fås der mht. valget mellem varer og fritid følgende sammenhænge i den lineariserede udgave:

$$\dot{V} / \varphi_V = \dot{U} - \sigma_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right) (1 - \alpha_V)$$

$$\dot{Q} = \dot{U} + \sigma_V \left(\dot{Wd} - \dot{P_Q}\right) \alpha_V$$

$$\text{hvor } \alpha_V = \frac{Wd \cdot \varphi_V V}{Wd \cdot \varphi_V V + P_Q\, Q}$$

[46] Man kunne i øvrigt få samme slags effekter som ovenstående, hvis man introducerer en nytteafhængig "effektivitet" i fritidsforbruget, svarende til $U = \mathrm{CES}(Q, \mathrm{e}(U)\, V)$. hvor , $\mathrm{e}(U)$ er et faktorudvidende effektivitetsindeks, som afhænger af nytteniveauet. Denne funktionsform kan også fange den additivt separable nyttefunktion som specialtilfælde, men Stone-Geary er formentlig mere velegnet her (og nemmere at forstå).

[47] Samme slags spørgsmål om indkomsteffekter i valget mellem varer og fritid opstår, hvis modellen udvides med kapitalindkomst, dvs. en indkomst som ikke knytter sig til arbejdskraften og lønnen.

Så $\dot{V}$ divideres altså med φ_V i den kompenserede efterspørgsel efter fritid, mens V ganges med med φ_V i den ligning, som beskriver fritidens budgetandel.

15 Appendiks: Prisdannelse og valg af numeraire

I dette appendiks ses der på prisdannelse, herunder valg af numeraire, deflatering i rapporteringen mm. Der foretages også en række simulationer for også at vurdere dette emne kvantitativt. Appendikset kan evt. springes over, hvis man ikke har særlig interesse i dette emne.

Numeraire, kalibrering og generelt om normering

I modellen fra kapitel 2 har vi hidtil antaget nettopriserne konstante, dvs. at Pn_E, Pn_D, Pn_C, Pn_G og Pn_Y alle er givet udefra. Der gælder som nævnt i kapitel 2 følgende sammenhæng vedr. den materielle balance:

$$Pn_Y\, Y \;=\; Pn_E\, E + \; Pn_D\, D + \; Pn_C\, C + \; Pn_G\, G \tag{125}$$

Som nævnt tidligere kan man opfatte det som, at produktionen, Y, sælges på verdensmarkedet og indbringer værdien $Pn_Y\, Y$. Denne værdi/indtægt bruges så til at købe E, D, C og G, også på verdensmarkedet. I stedet for at være individuelle eksogene variabler, kunne man imidlertid nemt lade nettopriserne følge en generel udlandspris, f.eks.:

$$Pn_Y = kpn_Y \cdot Pfx$$

$$Pn_E = kpn_E \cdot Pfx$$

$$Pn_D = kpn_D \cdot Pfx$$

$$Pn_C = kpn_C \cdot Pfx$$

$$Pn_G = kpn_G \cdot Pfx \tag{126}$$

Her er nettopriserne sat til at følge udlandsprisen *Pfx*, og man kunne f.eks. forestille sig, at nettopriserne alle var 1 i udgangspunktet. Hvis så også *Pfx* var 1, ville de fem korrektionsfaktorer være 1 og i realiteten unødvendige. Så korrektionsfaktorernes niveauer er i sig selv uinteressante: det interessante er, at nettopriserne sættes til at være proportionale med udlandsprisen.

I CGE-modeller vil man undertiden udnævne en numeraire, som typisk sættes til værdien 1. Dette skyldes, at i en CGE-model er prisniveauet fundamentalt ubestemt (givet at der er fravær af prisillusion). Eksempelvis gælder der, at hvis man i modellen fra kapitel 2 øger alle nettopriserne med 1%, ville priser, lønninger og værdier også blive forøget med 1%, mens mængderne ville være uforandrede.[48] Der er med andre ord en prishomogenitet på spil, i form af, at priser/lønninger/værdier er homogene af første grad mht. *Pfx*, mens mængderne er homogene af nulte grad mht. *Pfx*.

[48] Dette resultat kræver, som vi vil se senere, at mængdeafgiftssatserne på *E*, *D* og *C* også øges med 1%.

Der gælder følgende egenskab ved modellen:

- Hvis alle nettopriser og mængdeafgiftssatser øges med f.eks. 1%, vil alle mængder være uforandrede, mens alle prisniveauer (inklusive lønninger) vil stige med 1%. Nominelle værdistrømme som f.eks. transfereringer, indtægter og udgifter vil også stige med 1%.
- Resultatet gælder uanset om der lukkes vha. skattefinansiering eller lump-sum-finansiering.

For at være helt præcis, stiger følgende variabler fra Mooij-modellen (jf. kapitel 2) med 1%:

$$Pfx,\ Pn_E,\ Pn_D,\ Pn_C,\ Pn_G,\ Pn_Y,\ P_E,\ P_D,\ P_C,\ P_Q,\ W,\ Wd,\ Tr,\ I$$

Alle mængderne inklusive fritid og arbejdsudbud er uforandrede. Variablen I er en hjælpevariabel, som udtrykker den fritidskorrigerede indkomst. Den offentlige saldo er som vist i kapitel 2 givet som følger:

$$Saldo = t \cdot W \cdot L + (P_E - Pn_E) \cdot E + (P_D - Pn_D) \cdot D + (P_C - Pn_C) \cdot C - Pn_G G - Tr \qquad (127)$$

Denne saldo er definitorisk = 0 og dermed uforandret, men dette faktum skal man ikke lade sig vildlede af, for de seks led (nominelle værdistrømme) på højresiden vil hver især stige med 1%.[49]

Hvad er en vares pris og mængde?

Ovenstående illustrerer, at brugeren kan kalibrere sine prisniveauer frit uden at ændre de fundamentale modelegenskaber, og i den forstand udviser modellen prishomogenitet. Man vil dog typisk ønske, at de nominelle værdistrømme stemmer med f.eks. Nationalregnskabet eller andet. Eksempelvis er sammenhængen $Pn_Y\, Y = Pn_E\, E + Pn_D\, D + Pn_C\, C + Pn_G\, G$ givet som en venstreside og en højreside bestående af fire led. Disse i alt fem led kan man forestille sig er målt i kr. (eller mio. kr. eller lign.), og hvis der ændres i en af nettopriserne, er man nødt til datamæssigt at korrigere modsat i mængden. Hvis eksempelvis $Pn_E = 5$ og man i sin kalibrering ønsker at denne er 1 i stedet for, kan man sætte den til det, hvis man til gengæld ganger *E* med 5. Men hvordan kan det være, at man i kalibreringen har lov til at ændre i mængdestørrelserne? Er der så ikke andre identiteter, som bryder ned? Det er der ikke, for konkret vil den nævnte ændring af niveauet for *E* blot betyde, at nogle i sig selv uinteressante skalaparametre ændrer sig i kalibreringen af den CES-produktionsfunktion, som bestemmer *E* og *L* ud fra *Y*.

Generelt set lønner det sig også at forstå, at de nominelle værdistrømme datamæssigt set er at opfatte som det mest pålidelige datamateriale. Lad os f.eks. forestille os en helt simpel økonomi, hvor en lønmodtager får 100 kr/time, arbejder 37 timer, og køber 370 vareenheder ('dimser') til 10 kr. stykket. Her stemmer de nominelle værdistrømme (også kaldet 'værdierne'), da der er en indtægt på 3700 kr. og en tilsvarende udgift. Disse værdier er primære nationalregnskabsmæssigt, idet de i princippet kan opgøres helt eksakt uden målefejl.

Nationalregnskabsmæssigt vil man så på indtægtssiden identificere en mængde, som i dette tilfælde er relativt ligetil, nemlig arbejdstimerne. Ud fra disse kan prisen (her: lønnen) på værdistrømmen bestemmes

[49] Mht. afgiftsprovenuerne kan vi f.eks. betragte provenuet fra *D*, som er $P_D = (Pn_D + t_D) \cdot (1 + t_{VAT})$. Her har vi sat både Pn_D og t_D til at stige med 1%, hvilke får P_D til at stige tilsvarende. Uden stigningen i t_D, ville mængdeafgiften (hvis den er positiv) fungere som dødvægt og holde prisstigningen under 1%.

ved division. På tilsvarende måde identificeres på udgiftssiden en mængde, nemlig de 370 vareenheder. Disse kan være målt i styk, kg, volumen eller andet.[50]

I kalibreringen af sin model, kan man godt vælge andre priser og mængder, så længe de stadigvæk giver 3700 kr, når de ganges sammen. Eksempelvis kunne det være, at man foretrækker at måle de 370 vareenheder i kg, og vi kunne antage, at varerne vejer i alt 74 kg (dvs. at enhederne vejer 0.2 kg stykket). Derved fås en kg-pris på 50 kr/kg, og værdien bliver stadig 50 · 74 = 3700 kr. Dette er blot en omskalering, og det står én frit for at omdefinere/omnormere/omskalere sine priser og mængder, så længe værdierne er uforandrede. At værdierne/værdistrømmene skal være de samme skyldes i CGE-sammenhæng, at man ellers får forkerte omkostnings- og budgetandele og dermed forkerte substitutionseffekter oma.

For at vende tilbage til spørgsmålet om numeraire, kunne man godt i eksemplet vælge, at vareprisen er numeraire og sætte den til 1. I så fald bliver forbrugsmængden 3700 enheder, og i kalibreringspunktet vil værdier og mængder have ens størrelse på udgiftssiden.[51] Der er i ovenstående abstraheret fra skatter og afgifter, men man kan principielt selv vælge, om numerairen skal være før eller efter skatter/afgifter. Og som nævnt er det ikke naturgivet (men dog af praktiske grunde hyppigt forekommende), at numerairen sættes til størrelsen 1.

Løndannelse

Mht. lønnen skal det nævnes, at i Mooij-modellen er niveauet for lønnen bundet af følgende sammenhæng:

$$Pn_Y \cdot Y = W \cdot L + P_E \cdot E \tag{128}$$

Dette er virksomhedernes nulprofit-betingelse, hvor venstresiden er værdien af afsætningen (når den sælges på verdensmarkedet). Givet arbejdskraftinputtet *L*, og energiudgifterne $P_E \cdot E$, er lønnen før skat (*W*) nødt til at tilpasse sig og få betingelsen til at stemme.

I vores tidligere eksperiment med at hæve *Pfx* med 1%, sker der ikke noget med mængderne *Y*, *L* og *E*, mens Pn_Y og P_E begge stiger med 1%. Derfor må lønnen før skat også stige med 1% for at få ligningen til at passe (og hvis indkomstskattesatsen er eksogen pga. lump-sum-finansiering, vil lønnen efter skat, *Wd*, også stige med 1%).

[50] Hvor værdien (den nominelle værdistrøm) er veldefineret (den måles i en given valuta, f.eks. kr.), er mængden og prisen i praksis mindre eksakt. For visse varetyper er der en relativt stor grad af eksakthed mht. hvordan man måler mængden. Eksempelvis er en liter 'rent' vand forholdsvist veldefineret, hvis der bortses fra luksusprodukter som kildevand o.lign. Problemet opstår dog, når varen ændrer kvalitet (eller måske helt karakter) over tid. Er en bil anno 1919 det samme som en bil anno 2019, eller er en pc anno 1980 det samme som en pc anno 2019? Skal mængden af disse produkter korrigeres for den kvalitetsfremgang, der er sket, bl.a. i form af forøgede heste- og regnekræfter? Og man kan yderligere spørge sig selv, om en erlagt arbejdstime for en given type arbejde har samme 'kvalitet' (produktivitet) over tid? Hvordan måles kvalitetsforskellene, dvs. hvordan tæller man, hvad varen 'yder' i nytte- eller produktionsfunktionen? Dette er et vanskeligt spørgsmål, og i det lys fremgår det, at værdierne indebærer langt færre opgørelsesmæssige problemer og dermed er mere eksakt opgjort, end priserne/mængderne.

[51] Noget tilsvarende kunne gøres på indtægtssiden, hvor man hvis lønnen sættes til 1 vil få, at der bliver brugt i alt 3700 'arbejdskraftenheder'.

Valg af numeraire

Af ovenstående fremgår det, at man kalibreringsmæssigt kan vælge sin numeraire og størrelsen af denne som man vil. Eksempelvis kunne man vælge at kalibrere med *Pfx* = 1, hvilket ville indebære (hvis nettopris-korrektionsfaktorerne er 1) at alle nettopriserne ville blive 1. Hvis man foretager en sådan kalibrering af nettopriserne, skal man som nævnt tidligere huske, at mængderne skal modkorrigeres sådan at $Pn_Y\ Y$, $Pn_E\ E$, $Pn_D\ D$, $Pn_C\ C$ og $Pn_G\ G$ hver især er uforandrede og giver de 'rigtige' værdier i f.eks. kr. eller mio. kr.

Alternativt kunne man f.eks. vælge, at forbrugerprisen P_Q var numeraire. I princippet kan man bare i en given kalibrering observere hvad P_Q bliver (f.eks. $P_Q = x$), og så bagefter dividere alle priser, lønninger og mængdeafgiftssatser med *x* og gange alle mængder med *x*. Derefter har man, at $P_Q = 1$, mens værdierne er som før.

Modelpris/numeraire i eksperimenter

Det er i de tidligere afsnit blevet påvist, at man kan vælge sin numeraire (eksogen pris) frit, når modellen kalibreres, uden at dette ændrer på modelegenskaberne.

Når der stødes til modellen, er valg af numeraire til gengæld ikke ligegyldigt, hvis der dermed forstås, at numerairen er uforandret/fixet/eksogen også i alternativforløbet. Eller rettere sagt: valg af eksogen pris er ligegyldigt for mængdeeffekterne, men effekten på værdierne (de nominelle værdistrømme) afhænger af valget af eksogen pris.

I det følgende ses der på, hvad der sker hvis der (a) bruges *Pfx* som numeraire, eller (b) bruges P_Q som numeraire.

Tabel 4. Simulationseksperimenter, mængder og priser (procent), CES mellem varer og fritid ($\varphi_V = 1$)

				D	*E*	*C*	*Y*	*Wn*	*W*	*PQ*	*WR*	*Pfx*	*U*	*L*
1	D	pfx	skat	-0.4125	0.0000	0.0041	0.0000	0.0000	0.0091	0.0099	-0.0008	0.0000	-0.0004	0.0000
2	D	pfx	lump	-0.4186	-0.0030	-0.0019	-0.0030	0.0000	0.0000	0.0099	-0.0099	0.0000	-0.0019	-0.0030
3	D	pq	skat	-0.4133	-0.0008	0.0041	0.0000	-0.0099	-0.0008	0.0000	-0.0008	-0.0099	-0.0004	0.0000
4	D	pq	lump	-0.4194	-0.0039	-0.0019	-0.0030	-0.0099	-0.0099	0.0000	-0.0099	-0.0099	-0.0019	-0.0030
5	E	pfx	skat	-0.0008	-0.4191	-0.0008	-0.0025	-0.0049	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000	-0.0004	0.0000
6	E	pfx	lump	-0.0036	-0.4205	-0.0036	-0.0038	-0.0049	-0.0049	0.0000	-0.0049	0.0000	-0.0011	-0.0014
7	E	pq	skat	-0.0008	-0.4191	-0.0008	-0.0025	-0.0049	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000	-0.0004	0.0000
8	E	pq	lump	-0.0036	-0.4205	-0.0036	-0.0038	-0.0049	-0.0049	0.0000	-0.0049	0.0000	-0.0011	-0.0014

Tabel 5. Simulationseksperimenter, mængder og priser (procent), AS mellem varer og fritid ($\varphi_V = 0$)

				D	*E*	*C*	*Y*	*Wn*	*W*	*PQ*	*WR*	*Pfx*	*U*	*L*
1	D	pfx	skat	-0.4125	0.0000	0.0041	0.0000	0.0000	0.0091	0.0099	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000
2	D	pfx	lump	-0.4125	0.0000	0.0041	0.0000	0.0000	0.0000	0.0099	-0.0099	0.0000	-0.0008	0.0000
3	D	pq	skat	-0.4133	-0.0008	0.0041	0.0000	-0.0099	-0.0008	0.0000	-0.0008	-0.0099	-0.0008	0.0000
4	D	pq	lump	-0.4134	-0.0008	0.0041	0.0000	-0.0099	-0.0099	0.0000	-0.0099	-0.0099	-0.0008	0.0000
5	E	pfx	skat	-0.0008	-0.4191	-0.0008	-0.0025	-0.0049	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000
6	E	pfx	lump	-0.0008	-0.4191	-0.0008	-0.0025	-0.0049	-0.0049	0.0000	-0.0049	0.0000	-0.0008	0.0000
7	E	pq	skat	-0.0008	-0.4191	-0.0008	-0.0025	-0.0049	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000	-0.0008	0.0000
8	E	pq	lump	-0.0008	-0.4191	-0.0008	-0.0025	-0.0049	-0.0049	0.0000	-0.0049	0.0000	-0.0008	0.0000

Tabel 6. Simulationseksperimenter, offentlig saldo (absolutte ændringer), CES mellem varer og fritid $(\varphi_V = 1)$

				L	*E*	*D*	*C*	*G*	*Tr*	Indtægt	Udgift
1	D	pfx	skat	-0.0918	0.0000	0.0918	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	D	pfx	lump	-0.0305	-0.0001	0.0916	0.0000	0.0000	0.0611	0.0610	0.0611
3	D	pq	skat	-0.1923	0.0000	0.0917	0.0000	-0.1006	0.0000	-0.1006	-0.1006
4	D	pq	lump	-0.1309	-0.0001	0.0916	0.0000	-0.1006	0.0612	-0.0394	-0.0394
5	E	pfx	skat	-0.0916	0.0916	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	E	pfx	lump	-0.0638	0.0916	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0277	0.0277	0.0277
7	E	pq	skat	-0.0916	0.0916	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	E	pq	lump	-0.0638	0.0916	-0.0001	0.0000	0.0000	0.0277	0.0277	0.0277

Tabel 7. Simulationseksperimenter, offentlig saldo (absolutte ændringer), AS mellem varer og fritid $(\varphi_V = 0)$

				L	*E*	*D*	*C*	*G*	*Tr*	Indtægt	Udgift
1	D	pfx	skat	-0.0918	0.0000	0.0918	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	D	pfx	lump	-0.0001	0.0000	0.0918	0.0000	0.0000	0.0916	0.0917	0.0916
3	D	pq	skat	-0.1923	0.0000	0.0917	0.0000	-0.1006	0.0000	-0.1006	-0.1006
4	D	pq	lump	-0.1004	0.0000	0.0917	0.0000	-0.1006	0.0919	-0.0087	-0.0087
5	E	pfx	skat	-0.0916	0.0916	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
6	E	pfx	lump	-0.0501	0.0916	0.0000	0.0000	0.0000	0.0416	0.0415	0.0416
7	E	pq	skat	-0.0916	0.0916	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	E	pq	lump	-0.0501	0.0916	0.0000	0.0000	0.0000	0.0416	0.0415	0.0416

Det skal først nævntes, at der i ovenstående tabeller generelt er sat parametre, som svarer til uforandret arbejdsudbud givet skattefinansiering. Hvis der er en CES-funktion mellem arbejde og fritid, svarer dette til, at $\sigma_V = 1$, mens det med additivt separabel (AS) substitution mellem arbejde og fritid svarer til, at $\varepsilon_{LL} = 0$. (Se mere om AS-funktionen i kapitel 13, effekten kunne også fås ved at gøre minimumsforbruget γ_V stort, mens σ_V modkorrigeres).

I øverste halvdel af Tabel 4 sættes afgiften på *D* op, og i den nederste halvdel sættes afgiften på *E* op. De første to rækker i tabellen har udlandsprisen *Pfx* som fast pris, mens de næste to rækker har forbrugerprisen P_Q som fast pris. I sidstnævnte tilfælde eksogeniseres P_Q (mål), mens *Pfx* endogeniseres (middel). Derudover lukkes modellen enten vha. skattefinansiering eller lump-sum-finansiering. Tabellen korresponderer med Tabel 3 (øverste halvdel, hvor $\sigma_V = 1$).

På mængdesiden ses det af Tabel 4, at der med samme finansieringsform ikke er ret stor forskel på, om *Pfx* eller P_Q er fast. Det skal forstås som, at rækkerne 1 og 3 hhv. 2 og 4 hhv. 5 og 7 hhv. 6 og 8 ligner hinanden mængdemæssigt, herunder effekten på *U* og *L*. De små forskelle der er, hidrører udelukkende fra mængdeafgifterne på *D* og *E*. Hvis disse mængdeafgiftssatser blev sat til at følge *Pfx*, ville mængdeeffekterne være identiske.

Der er i Tabel 4 en generel forskel på, om der skatte- eller lump-sum-finansieres, og nyttetabet med skattefinansiering er noget mindre. Det skyldes, at der med lump-sum-finansiering sker et fald i arbejdsudbuddet, hvilket igen skyldes, at reallønnen efter skat falder. Dette efter-skat reallønsfald gør, at der vælges en endnu mere inoptimal sammensætning af fritid og forbrugsvarer end før. Samme mekanisme sås i afsnit 8.1, og mekanismen er diskuteret tidligere.[52]

I den øverste halvdel af Tabel 4 ses der på prissiden, at forbrugerpriserne P_Q stiger med 0.0099% i række 1 og 2, som følge af afgiftsstigningen. I række 3 og 4 er P_Q fast, og så må *Pfx* give sig i stedet (den falder derfor med 0.0099%).

Mht. den følgende diskussion af den offentlige saldo skal man lægge mærke til, at i række 1 og 2 i Tabel 4 er lønnen før skat, *W*, uforandret (afgiften på *D* påvirker ikke virksomhedernes omkostninger og presser dermed ikke lønnen ned på samme måde som en afgift på *E*), mens lønnen før skat med fast P_Q falder med 0.0099% (den trækkes med ned af *Pfx*).

Tabel 6 viser, hvad der sker med den offentlige saldo i tilfældet med CES-substitution mellem varer og fritid. Søjlerne *L, E, D* og *C* summer til 'Indtægt'-søjlen, mens søjlerne *G* og *Tr* summer til 'Udgift'-søjlen. Derudover er indtægter lig udgifter.

De to første rækker i tabellen ligner hinanden, bortset fra provenu fra *L* (skatteprovenu) samt transfereringer (*Tr*). Dette afspejler finansieringen, mens de andre poster er ens. Hvis man derimod sammenligner række 1 og 3, er der dramatiske forskelle. Der sker ikke noget med *L* i disse eksperimenter, og der sker heller ikke noget med før-skat lønnen i række 1, så faldet i provenu (-0.0918) skyldes her udelukkende, at indkomstskattesatsen falder (da afgiftsindtægten fra *D* skal tilbageføres). I række 3 er der derudover et fald i lønnen før skat, som trækker skatteprovenuet endnu mere ned, til -0.1923. Udover

[52] Mekanismen bliver mindre, men dog ikke elimineret, ved brug af additivt separabel nytte mellem fritid og forbrugsvarer, jf. Tabel 5.

dette er der et fald i udgiften til offentligt forbrug (*G*), da prisen på dette falder som følge af faldet i *Pfx*. Givet at mængden *G* holdes fast, kan det offentlige forbrug altså købes billigere.[53] Alt i alt er der ingen påvirkning af indtægterne eller udgifterne i række 1, mens der er et stort fald i både indtægter og udgifter i række 3.

Formidlingsmæssigt virker række 3 i Tabel 6 ikke rimelig, da den involverer et "kunstigt" lønfald og et medfølgende fald i nettoprisen på offentligt forbrug. Det første er forårsaget af, at udlandspriserne er nødt til at falde, hvis forbrugerprisindekset ikke må ændre sig, når der pålægges afgifter på en af forbrugsvarerne. Hvor valget af numeraire er principielt ligegyldigt, når modellen kalibreres, er det uheldigt at lade forbrugerprisen være fast/eksogen i en alternativkørsel, når denne faste forbrugerpris kun kan opnås ved at modkorrigere udlandspriserne, og når forbrugerprisen desuden afhænger af det, der stødes til (mængdeafgiften på *D*). Hvorfor skulle udlandet sænke sit prisniveau, fordi Danmark hæver en forbrugsafgift? Her virker det mere logisk og nemmere at formidle at lade udlandspriserne være eksogene. Med lump-sum-finansiering (række 2 og 4) fås også store forskelle på de offentlige poster.

I den nederste halvdel af Tabel 6 lægges afgiften på *E* (input i produktionen). Her er der ikke nogen forskel på, om det er udlandsprisen eller forbrugerprisen som er fast. Dette skyldes, at forbrugerprisen i række 5 og 6 slet ikke påvirkes af afgiften på *E*, og derfor får man det samme, hvis man binder forbrugerprisen til at være fast.[54]

Mht. Tabel 5 og Tabel 7 viser disse hvad der sker, hvis der i stedet for en CES-funktion mellem varer og fritid opereres med en additivt separabel (AS) sammenhæng, jf. også kapitel 13. I Tabel 5 er *L* konstant, også når der bruges lump-sum-finansiering. Effekterne på den offentlige saldo i den øverste halvdel af Tabel 7 er stadig meget forskellige, alt efter om udlandsprisen eller forbrugerprisen antages fast, så konklusionen ændrer sig ikke af at bruge AS i stedet for CES i fritidsbeslutningen.

Reale priser (rapporteringspriser)

I det foregående afsnit blev der argumenteret for, at det giver for store fortolkningsmæssige problemer (mht. de nominelle værdistrømme, herunder bevægelser i posterne på den offentlige saldo) at holde forbrugerprisen konstant i et alternativforløb. Det anbefales derfor, at man modelmæssigt lader udlandspriserne være eksogene i både basis- og alternativforløb (disse priser kan stadigvæk sagtens have en udvikling over tid). Hvis vi antager, at udlandsprisen *Pfx* er 'driver' for de indenlandske priser, skal *Pfx* i en fremskrivning afspejle forventningen til, hvad der sker med de indenlandske nettopriser. Her kunne man eksempelvis se på, hvad der er sket med disse nettopriser historisk, og hvis de f.eks. er steget ca. 2% årligt, kunne man sætte *Pfx* til at stige med 2% årligt i fremskrivningen.

---

[53] Man kan selvfølgelig diskutere, om man i et eksperiment skal holde forbruget G konstant, eller udgiften $Pn_G G$ konstant. Hvis man her holdt udgiften konstant, ville man få en stigning i G, hvilket ville rejse selvstændige fortolkningsmæssige spørgsmål. Man kan selvfølgelig også anholde hypotesen om, at G købes på et verdensmarked, men der kan gives en alternativ fortolkning af dette, jf. fodnote 8 side 6.

[54] Dette skyldes, at afgiften på *E* kun ændres meget lidt i de numeriske eksperimenter. For større ændringer vil der blive et fald i reallønnen som følge af en mere ineffektiv produktionssammensætning (for meget *L* og for lidt *E*). Men stadigvæk vil påvirkningen af forbrugerprisen være beskeden – det er primært lønnen, som må give sig i dette eksperiment.

Men hvis *Pfx* er 1 i 2017, bliver den 1.9 i 2050 med en sådan prisvækst. Det vil sige, at prisniveauet i 2050 er næsten fordoblet. Så hvis man f.eks. regner ud, at de offentlige indtægter forværres med 10 mia. kr. i 2050, så skal dette 'kun' opfattes som ca. 5 mia. kr. i 2017-prisniveau, hvis man rapporteringsmæssigt deflaterede de offentlige indtægter med *Pfx.*

Rapporteringsmæssigt vil man dog ofte foretrække at deflatere med udviklingen i de indenlandske priser, P_Q. Det skyldes, at det er de priser, man som forbruger er mest fortrolig med, og derfor er de deflaterede størrelser nemmere at formidle, hvis man kan sige, at de bare er deflateret med forbrugerprisindekset.

Rapporteringsmæssigt er der naturligvis ingen problemer i at vælge forbrugerpriserne som deflator, og man kunne rapporteringsmæssigt vælge en hvilken som helst pris- eller lønudvikling at deflatere med. Da størrelserne i rapporteringen ikke har nogen tilbagevirkninger på modellen, er der i den forstand frit valg på alle hylder. Rapporteringsmæssigt er forbrugerpriserne nok det mest oplagte at bruge i deflaterings-øjemed, mens det modelmæssigt er mest oplagt at bruge udlandspriserne som numeraire (eksogene pris).

Som nævnt tidligere, er der en prishomogenitet i modellen, som indebærer, at at en 1% stigning i alle nettopriser (og mængdeafgiftssatser) blot giver, at alle priser/lønninger/værdier stiger med 1%, mens mængderne er uforandrede. Det betyder, at man kan vælge en alternativ tilgang til fastsættelse af numeraire/eksogen pris hhv. rapporteringspriser.

Der kunne gøres følgende:

1. Man lader udlandsprisen *Pfx* være konstant (f.eks. konstant = 1) i fremskrivningernes basis- og alternativforløb (derved bliver nettopriserne også konstante).
2. Man sørger for at nedjustere mængdeafgifterne modelmæssigt, så det afspejles at disse udhules af den inflation, der i virkeligheden er.[55]
3. Modellens prisniveauer og nominelle værdistrømme vil nu være at opfatte som rapporteringsmæssigt deflaterede med *Pfx*. Hvis der i stedet skal rapporteres priser og nominelle værdistrømme deflateret med forbrugerprisen P_Q, skal priser og nominelle værdistrømme (f.eks. posterne på den offentlige saldo) korrigeres med prisudviklingen i P_Q.[56] Her kan man tage modellens tal for P_Q og danne et indeks for, hvor meget denne stiger med år for år i rapporteringsperioden (i basis- hhv. alternativforløbet). Derefter kan prisniveauer og nominelle værdistrømme korrigeres med disse indeks (i basis- hhv. alternativforløb).

Punkt 1 har bl.a. den fordel, at modellens umiddelbare niveauer for priser og værdier er nemmere at forholde sig til, og desuden kan koblingen til en energiteknisk model som TIMES også blive nemmere, givet at denne også køres med faste ('reale') udlandspriser/faktorpriser.

Hvis man brugte udlandspriserne både som numeraire og til at deflatere med rapporteringsmæssigt, ville punkt 3 ovenfor bortfalde. Det ville selvfølgelig være praktisk, men man skal dog huske, at i praksis vil udviklingen i P_Q ofte minde ret meget om udviklingen i *Pfx*, så i det daglige modelarbejde kan man bare se på modellens rå tal for priser og værdier og opfatte dem som værende deflaterede, og så kan man i

[55] Med mindre man ønsker, at disse *ikke* udhules, dvs. at de i realiteten index-/inflationskorrigeres, hvilket bestemt også er en plausibel hypotese (med mindre der f.eks. er annonceret nominelt skattestop eller lign.).
[56] Der skal ikke korrigeres mht. udviklingen i *Pfx*, da denne jo er antaget konstant.

publikationer og rapportering til eksterne parter bruge punkt 3 til at danne de helt præcise forbrugerpris-deflaterede størrelser.